

大学数学测试二

2013.11.4

姓 名_____ 学 号_____ 专 业_____

一、计算下列函数的导数和微分：(每题 5 分，共 40 分)

1、 $y = x^e + e^x + e^e$ ，求 y' ；

2、 $f(x) = \frac{3}{5-x} + \frac{x^2}{5}$ ，求 $f'(2)$ ；

3、 $y = \cos \frac{2}{x} + \ln 3 + \frac{1}{\sqrt{2x}}$ ，求 dy ；

4. $f(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}$ ，求 $f'(x)$ ；

5、 $f(x) = \ln(e^{-x} + \sqrt{1+x^2})$ ，求 y' ；

6、 $f(x) = x^3 \arctan x$ ，求 dy ；

7、 $f(x) = e^{\sqrt{x^2+2x}} + \ln x^2$ ，求 y' ；

8、 $f(x) = (x + \frac{1}{x})^3 \tan x$ ，求 y' 。

二、求极限：（每题 5 分，共 30 分）

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{3x} - 1};$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^3)}{x^2};$

3、 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x + 2}{x^2 - 1};$

4、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1+2x)^{\frac{1}{2}}}{\ln(1+x^2)};$

5、 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x});$

6、 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x \cdot \ln x^2.$

三、（10 分）证明不等式 $\ln(1+x) > x - \frac{x^2}{2}, (x > 0).$

四、(10 分) 求函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 13$ 的单调区间和极值.

五、(10 分) 求 $f(x) = \frac{x^2 - 12}{x + 4}$ 在区间 $[-3, 4]$ 上的最大值和最小值.

六、（附加题，8分）设 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上可导，试证：在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内至少存在一点 ξ ，使得

$$f'(\xi)\sin 2\xi + 2f(\xi)\cos 2\xi = 0.$$