



干支纪年法中的数学

华东师范大学数学系 林磊

2013年是农历癸巳(Gui-Si)年,年号使用的是天干与地支组合的记法,故称为干支纪年法。实际上,2013年是癸巳年的说法并不准确,因为农历的纪年是从春节开始到除夕结束的。因此,它与公历的纪年周期不完全一致。确切地说,公历的一年中,农历经历了两年:春节前后是两个不同的年。但为了方便起见,我们还是采用这种说法,它的含义是指春节开始到公历第二年的除夕的农历年。

我们知道天干共有10个,它们依次为:甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸;地支共有12个,依次为:子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥。年号组成的方法是这样的:天干的第一位“甲”与地支的第一位“子”组合,得到第一个年号:“甲子”年,以后依次是第二个天干与第二个地支组合,得“乙丑”年,第三个天干与第三个地支组合,得“丙寅”年,依此类推。到了第十个年号“癸酉”年后,一组天干用完了,就启用另一组天干接上,所以之后的第十一个年号就是“甲戌”年。同样,当一组地支用完后,也启用另一组地支接上。按这样的方式一直排下去,可以不重复地排出60个不同的干支组合,即得到60个不同的年号。所以,干支纪年法的年号共有60个,成为一个甲子周期。容易想到,60恰好是10与12的最小公倍数。这个数字不是巧合,而是由干支年号的组成方式自然确定的。当然60年后,年号又会重复了。但是因为在古代,劳动生产率低,生

活很辛苦,且医疗卫生条件也不好,所以人的寿命普通不长,活过 60 岁的人不多,更有“人生七十古来稀”的说法。因此,用这种纪年法不会给人们带来多少不方便。为什么使用 10 与 12 这两个数字呢?因为这两个数在生活中使用得很多,10 进制我们天天都遇到,而一年中月亮绕地球转 12 圈左右,所以 12 也是一个常用的数。顺便说一下,12 在西方也很常用,一打东西就是 12 个,公历一年就是 12 个月。

但是,天干有 10 个,地支 12 个,所以干支的任意组合共有 $10 \times 12 = 120$ 种,而年号只有 60 个。因此,并非干支的任意组合都是年号。那么,如何来判断任意一个干支组合是否为一个年号呢?一种方法是,你将所有的年号一一列出(或找到列出年号的网页),再将你的组合加以比对。这显然比较笨拙,也比较麻烦。其实,我们可以根据年号的制定规则,利用简单的数学原理来加以判断。首先,将 10 个天干从 1 到 10 依次加以编号:甲(1)、乙(2)、…、癸(10);再对 12 个地支也依次编号:子(1)、丑(2)、…、亥(12)。那么,一个干支组合是年号的充分必要条件是它们编号的奇偶性相同。例如:丁辰不是年号,因为它们的编号分别是 4、5,奇偶性不同;而戊申是一个年号,因为它们的编号分别为 5、9,奇偶性相同!为什么这个办法正确呢?我们来看年号的编制规则:第一个年号是甲子,编号为 1、1,奇偶性相同。以后紧接的一个年号,天干总是上一年号的天干的后续一个,地支也是后续的一个,它们的编号刚好都同时增加 1。所以,如果前一年号的编号的奇偶性相同,当然后一年号编号的奇偶性也相同。而当一轮天干用完,新一轮天干接上去,但是因为天干的总数 10 是个偶数,所以 $a+1$ 与 $a-9=a+1-10$ 的奇偶性相同,于是这一规律仍成立。同样 12 也是

偶数,当一轮地支用完后,新一轮地支接上去,这一规律也仍成立。所以,年号的编号的奇偶性都是相同的。用排列组合的方法容易知道,编号为(奇,奇)、(奇,偶)、(偶,奇)、(偶,偶)的组合恰好各有 30 个。于是,编号为(奇,奇)及(偶,偶)的组合恰好包含了所有的年号!

那么,对于一个年号,我们如何知道它在这轮甲子中是第几年呢?例如,癸巳年是第几年?我们知道,癸巳的编号是(10, 6)。因此,欲求解这一问题,我们可以解如下方程:

$$10+10x=6+12y, \text{ 其中整数 } x, y \text{ 满足 } 0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 4.$$

解得 $x=y=2$, 所以 $10+10x=30$, 即癸巳年是第 30 年。于是,这个甲子周期的第一年是 1984 年,即 1984 年是农历甲子年。

我们知道,新中国的缔造者毛泽东主席诞生于 1893 年 12 月 26 日。我们问:毛泽东诞生于农历什么年?答:毛泽东正是诞生于农历癸巳年!因为 $1893+2 \times 60=2013$ 。

我们再问,中国共产党的诞生之年 1921 年是农历什么年?答: $1921+2 \times 60=2041$, $2041-1983=58$ 。而一个甲子周期中的第 58 年的编号是 $(58-5 \times 10, 58-4 \times 12)=(8, 10)$, 其对应的年号是辛酉年。因此,1921 年是农历辛酉年。

干支纪年法属于中国的传统文化,现在的年轻人知道的已经不多了。一般人恐怕也不会想到它与数学有什么联系。但是,通过本文我们可以看到,应用一些简单的数学,我们居然可以解决传统文化中的一些有趣的问题。很多学生都会提问:学了数学有什么用处?可是,大多数情况下,我们的老师对这个问题也很困惑。其实,数学的应用有很多很多,数学的应用也不神秘。关键是我们是不是长有一双慧眼,具有数学的眼光,在日常的生活中发现数学的应用价值!我认为我们数学老



师的终极目标,就是培养学生的数学眼光,而不仅仅不是考一个好分数。希望本文能起到一个抛砖引玉的作用。