

检验法是一种对下药的方法。如

1、下列函数中,是幂函数的有几个?

(1) $y=2x^2$  (2) $y=x^3+2$

(3) $y=x^{-2}$  (4) $y=(x-1)^{-3}$

答:有三个。错了,我们先来回想一下幂函数的定义:一切形如 $y=x^a$  ( $a \in \mathbb{R}$ )的函数称为幂函数。对照定义形式,仅(3)为幂函数,故只有一个。

2、“ $a=1$ ”是“函数 $y=\text{Sin}ax$ 的周期为 $2\pi$ ”的( )条件

(A)充要 (B)充分不必要 (C)必要不充分 (D)非充分非必要

答:(A)。错了,大家知道,函数 $y=\text{Sin}ax$ 的周期公式是 $T=2\pi/|a|$ ,根据公式,充分性显然,但由函数 $y=\text{Sin}ax$ 的周期为 $2\pi/|a|$ ,可知 $|a|=1$ ,所以 $a=\pm 1$ ,必要性不成立。故选(B)。

## 2 对称原理检验法

对称的条件势必导致结论的对称(此结论通常被称为不充足理由律),利用这种对称原理可以对答案进行快速检验。

3、因式分解, $(xy+1)(x+1)(y+1)+xy=(xy-y+1)(xy+x+1)$ 结论显然错误。左端关于 $x,y$ 对称,所以右端也应关于 $x,y$ 对称,正确答案应为: $(xy+1)(x+1)(y+1)+xy=(xy+y+1)(xy+x+1)$ 。

4、已知椭圆的一个顶点为 $A(0,-1)$ ,焦点在 $x$ 轴上,且右焦点到直线 $x-y+2\sqrt{2}$ 的距离等于3,试想能否找到一条斜率为 $k(k \neq 0)$ 直线 $l$ ,使 $l$ 与已知椭圆交于不同的两点 $M,N$ ,且满足 $|AM|=|AN|$ ,并说明理由。

答:存在,斜率的范围是 $(-1,0) \cup (0,3)$ 。

由条件已知椭圆的中心在原点,焦点在 $x$ 轴上,因此直线 $l$ 若存在,斜率为正时,必然存在一条斜率为负的直线,它们关于 $x$ 轴对称,这样,斜率的范围必关于原点对称。所

以,答案中的范围是错误的,正确的范围是 $(-1,0) \cup (0,1)$ 。

## 3 特殊情形检验法

问题的特殊情况往往比一般情况更易解决,因此通过特殊值、特例或极端状态来检验答案是非常快捷的方法,因为矛盾的普遍性寓于特殊性之中。

5、下面的三个结论有一个是错误的,能否快速检出。

(1) $1+2+\dots+n=n(n+1)/2$

(2) $1^2+2^2+\dots+n^2=n(n+2)(n+1)/6$

(3) $1^3+2^3+\dots+n^3=[n(n+1)/2]^2$

当 $n=1$ 时,三个结论都成立;当 $n=2$ 时,只有(2)不成立,现已检出。

6、设 $P(x,y)$ 是椭圆 $x^2/a^2+y^2/b^2=1$ 上任一点, $F_1,F_2$ 为椭圆的两个焦点,求 $|PF_1| \cdot |PF_2|$ 的取值范围。

答: $[bc, a^2]$ 。现用特殊化方法验证这个答案,取 $a=5, b=3$ ,则 $c=4$ ,再取 $P(5,0)$ ,则 $|PF_1| \cdot |PF_2|=9$ ,显然不在所求的范围内,所以答案是错误的。正确的答案是 $[b^2, a^2]$ 。

## 4 量纲要求检验法

有些错误的答案,从量纲中就可快速检出。

7、正四棱锥的底面积为 $S$ ,侧面积为 $Q$ ,则体积为 $S(Q-S)$ 。

这个答案显然是错误的,因为 $S$ 和 $Q$ 的量纲都是面积单位,则 $S(Q-S)$ 的量纲是面积单位的平方而非体积单位。正确的答案为 $\frac{1}{6}\sqrt{S(Q^2-S^2)}$ 。

量纲检验法在物理、化学中有着更为广泛的应用,同时在对记忆公式、检验错题等方面也有一定的应用,应引起大家足够的重视。

## 5 不变量检验法

某些数学问题在变化、变形过程中,其中有的量保持不变,如图形