

科学计算 上机练习：线性方程组直接解法 (2025.10.25)

要求：

- (1) 请在 11 月 7 日 前将源代码作为附件发送至： [jypan@math.ecnu.edu.cn](mailto: jypan@math.ecnu.edu.cn)
- (2) 程序第一行添加注释语句，写上“学号”和“姓名”，
如：“% 学号-姓名” (MATLAB), “# 学号-姓名” (Python)

- 1. 用改进的平方根法求解线性方程组 $Hx = b$, 其中 H 为 n 阶 Hilbert 矩阵.

要求与提示：

- (1) 文件取名为 `hw21.m` 或 `hw21.py` (MATLAB 模板见 `hw21t.m`);
- (2) 取 $n = 16$; (MATLAB 中生成 n 阶 Hilbert 矩阵的命令是 `H=hilb(n)`)
- (3) 设精确解为 $x_* = [1, 1, \dots, 1]^T$, 由此计算出右端项 b ;
- (4) 输出相对残量的 2-范数和相对误差的 2-范数, 即

$$\text{relres} \triangleq \frac{\|b - H\tilde{x}\|_2}{\|b\|_2}, \quad \text{relerr} \triangleq \frac{\|\tilde{x} - x_*\|_2}{\|x_*\|_2},$$

其中 $\tilde{x}$ 为计算出来的近似解.

- 2. 编写函数, 实现 列主元 JKI 型 LU 分解, 并用给定的矩阵进行测试 (见数据文件 `hw22_data.mat`).

要求与提示：

- (1) M 文件取名为 `hw22.m` 或 `hw22.py` (MATLAB 模板见 `hw22t.m`);
- (2) 列主元 JKI 型 LU 分解作为子函数实现, 函数原型为

`function [L,U,p]=PLU_JKI(A)`

其中 L, U 分别是单位下三角和非奇异上三角矩阵, p 为向量, 代表行置换.

附录

- JKI 型 LU 分解算法

算法 LU 分解 (JKI 型)

```

1: for  $j = 1$  to  $n$  do
2:   for  $k = 1$  to  $j - 1$  do
3:     for  $i = k + 1$  to  $n$  do
4:        $a_{ij} = a_{ij} - a_{ik}a_{kj}$ 
5:     end for
6:   end for
7:   for  $k = j + 1$  to  $n$  do
8:      $a_{kj} = a_{kj} / a_{jj}$ 
9:   end for
10: end for

```

- Python 读取 mat 数据文件

代码 1: Python 读取 mat 数据文件

```

1 import scipy as scio
2 data = scio.loadmat('hw22_data.mat')
3 import numpy as np
4 A = np.array(data['A'])

```