



華東師範大學

EAST CHINA NORMAL UNIVERSITY

第二章

函数插值

— Matlab插值函数

Matlab插值函数

■ Matlab 中的插值函数

interp1 % 分段插值（线性，Hermite，样条）

spline % 三次样条插值

csape % 可以指定边界条件的三次样条插值

ppval、**fnval** % 计算插值函数在给定点的值

更多插值方法见 **Curve Fitting Toolbox**

interp1

● 一维函数插值

```
yh=interp1(x,y,xh)
```

- x 为包含插值节点的 n 维向量
- y 为函数在插值节点的值，也是 n 维向量
- xh 为需要插值点，可以是一个点，也可以是向量
- 采用分段线性插值方法

interp1

- 一维函数插值：指定插值方法

```
yh=interp1(x,y,xh,method)
```

- 可指定插值方法：'nearest', 'linear', 'spline', 'pchip'
- 缺省为分段线性插值，即 'linear'
- 'pchip' 为分段三次 Hermite 插值
- 'spline' 为样条插值，等价于 spline

interp1 举例

ex2f1.m

例：函数 $f(x) = \sin(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的插值

```
xi=0:pi/5:pi; % 将插值区间分成若干等距小区间  
yi=sin(xi); % 插值节点处的函数值
```

```
xh=0:pi/30:pi; % 需要插值的点  
yh=interp1(xi,yi,xh); % 根据插值函数求出的近似值  
plot(xi,yi,'.b', xh,yh,'s-');
```

```
yh=interp1(xi,yi,xh,'nearest'); % 用邻近的值近似
```

```
yh=interp1(xi,yi,xh,'pchip'); % 三次 Hermite
```

```
yh=interp1(xi,yi,xh,'spline'); % 三次样条
```

spline

- 三次样条插值

```
yh=spline(x,y,xh)
```

- x 为包含插值节点的 n 维向量
- y 为函数在插值节点的值，也是 n 维向量
- xh 为需要插值的点，可以是一个点，也可以是向量
- 采用三次样条插值方法

spline

- 三次样条插值（返回插值函数的分段表达式）

```
pp=spline(x,y)
```

返回一个结构类型的数据

- `pp.breaks` 插值节点
 - `pp.coefs` 插值分段多项式系数
 - `pp.pieces` 多项式个数
 - `pp.order` 分段多项式系数个数，即次数+1
 - `pp.dim` 插值维数
- 计算插值函数在给定点的值，可以使用 `ppval` 或 `fnval`

```
yh=ppval(pp,xh)
```

```
yh=fnval(pp,xh)
```

spline

- 边界条件

- 若 x 与 y 的长度相等, 则边界条件为: (not-a-knot)

$$S^{(3)}(x_1^-) = S^{(3)}(x_1^+), \quad S^{(3)}(x_{n-1}^-) = S^{(3)}(x_{n-1}^+)$$

即要求插值函数在第二点和倒数第二个点处三阶连续可导

- 若 y 比 x 多 2 个分量, 则采用第一类边界条件:

$$y = [f'(x_0), y_0, \dots, y_n, f'(x_n)]$$

spline 举例

ex2f2.m

例：函数 $f(x)$ 定义在 $[27.7, 30]$ 上，插值节点及函数值如下，求三次样条插值 $S(x)$ ，边界条件 $S'(27.7)=3.0, S'(30)=-4.0$

x	27.7	28	29	30
$f(x)$	4.1	4.3	4.1	3.0

```
xi=[27.7, 28, 29, 30]; % 插值节点
yi=[4.1, 4.3, 4.1, 3.0]; % 节点处的函数值
df0=3.0; dfn=-4.0; % 边界条件
pp=spline(xi,[df0, yi, dfn]);
```

```
xh=27.7:0.1:30; % 需要插值的点
yh=ppval(pp,xh); % 通过插值求得的近似值
plot(xh,yh,'o-');
```

csape

- 可以指定边界条件的三次样条插值

```
pp = csape(x,y,conds)
```

边界条件由 **conds** 给出：

- 'complete' : 第一类边界条件（缺省边界条件）
 $f_0' = y(1), f_n' = y(n+2)$
- 'not-a-knot' : 非扭结
- 'periodic' : 周期（第三类）边界条件
- 'second' : 第二类边界条件
 $f_0'' = y(1), f_n'' = y(n+2)$
- 'variational' : 自然边界条件

csape 属于 Curve Fitting Toolbox 工具箱

csape 举例

```
xi=[27.7, 28, 29, 30]; % 插值节点  
yi=[4.1, 4.3, 4.1, 3.0]; % 节点处的函数值  
df0=3.0; dfn=-4.0; % 边界条件  
pp=csape(xi,[df0, yi, dfn]);
```

```
xh=27.7:0.1:30; % 需要插值的点  
yh=fval(pp,xh); % 通过插值得到的近似值  
plot(xh,yh,'o-');
```