

华东师范大学期末试卷 (B)
2016—2017 学年第二学期

课程名称: 高等代数与解析几何II

教师姓名: 罗乘、 陆俊

学生姓名: _____

学 号: _____

专 业: _____

年级/班级: 2016 级非师范班

课程性质: 专 业 必 修

一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	阅卷人签名

一、(共 25 分) 设

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

- (1) 求 A 的行列式因子;
- (2) 求 A 的不变因子;
- (3) 求 A 的初等因子;
- (4) 求 A 的 Jordan 典范型 J ;
- (5) 求变换矩阵 P , 满足 $P^{-1}AP = J$.

二、(共 10 分) 设

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$C(B)$ 是 B 的交换化子.

- (1) 求 $C(B)$ 的维数.
- (2) 求出 $C(B) \cap C(B^T)$ 中的所有元素.

三、(共 10 分) 求出矩阵方程

$$X^2 + 4X - 12I_3 = 0, \quad X \in M_3(\mathbb{C}).$$

的解的初等因子组.

四、(15 分) 设

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(1) 分别求 C^{200} , e^C , $\sin(\pi A)$ 以及 $\cos(2\pi C)$.

(2) 求方程 $X^3 = C$ 的实矩阵解 X .

五、(10 分) 求

$$D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

的 Moore-Penrose 逆.

六、(15 分) 设 $\varphi: \mathbb{C}^5 \rightarrow \mathbb{C}^5$ 是线性变换, 在标准基下的表示矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1) 求 φ 的根子空间分解并给出每个根子空间的基.

(2) 将每个根子空间分解成循环子空间的直和.

七、(10 分) 设 λ_0 是 n 阶矩阵 A 的 k 重特征值, 证明:

$$\text{rk}((\lambda_0 I_n - A)^k) = n - k.$$

八、(5 分) 设 $\text{rk}(A) = \text{tr}(A) = 1$, 证明: A 是幂等阵.