

华东师范大学期末试卷 (B): 2012—2013 学年第 2 学期

课程名称: 初 等 数 论

任课教师: 陆 俊

学生姓名: _____

学 号: _____

专 业: 非 师 范

年级/班级: 2010 级

课程性质: 专 业 必 修

一	二	三	四	五	六	七	总分	阅卷人签名

一、(12 分) 求以下同余方程的剩余类解 (要求写出过程):

$$x^2 \equiv 34 \pmod{45}.$$

二、(12 分) 将如下多项式在模 7 下分解成不约多项式的乘积:

$$f(x) \equiv x^4 + x^3 + 4x^2 - x + 2 \pmod{45},$$

并指出 $f(x) \equiv 0 \pmod{7}$ 的所有剩余类解, 以及其中的重根.

三、单项选择题 (30 分)

(1) 以下雅克比符号或勒让德符号

$$\left(\frac{74}{101}\right), \quad \left(\frac{-23}{45}\right)$$

的值分别是 []

(A) 1, 1 (B) 1, -1 (C) -1, 1 (D) -1, -1.

(2) 设 g 是模 31 的原根, 满足 $\text{ind}_g 19 = 4$, $\text{ind}_g 17 = 7$, 则 g 在模 31 下同余于 []

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7.

(3) 已知 $g = 10$ 是模 19 下的原根, $\text{ind}_g 11$ 和 $\text{ord}_{19} 11$ 分别等于 []

(A) 6, 9 (B) 12, 3 (C) 8, 9 (D) 6, 3.

(4) 模 19 下不同原根的个数和阶数为 6 的剩余类个数分别等于 []

(A) 18, 6 (B) 6, 6 (C) 6, 2 (D) 12, 2.

(5) 模 37 下 8 次剩余类个数为 []

(A) 9 (B) 8 (C) 4 (D) 3.

四、(16 分) 判断题(如错, 请举出反例; 如对, 请说明理由)

(1) 如果方程 $x^2 \equiv n \pmod{m}$ 无解, 那么雅克比符号 $\left(\frac{n}{m}\right) = -1$, 这里 m 是正奇数, $(n, m) = 1$.

(2) 设 p 是奇素数, $\ell > 0$, $f(x) = x^2 + ax + b$ 是整系数二次多项式, 那么 $f(x) \equiv 0 \pmod{p^\ell}$ 在模 p^ℓ 下最多有两个剩余类解.

五、(20 分) 设 p 是奇素数, $(n, p) = 1$, g 是模 p 原根,

(1) 证明: $n \equiv -1 \pmod{p}$ 当且仅当 $\text{ind}_g n = \frac{p-1}{2}$.

(2) 证明: 若对任何原根 g , $\text{ind}_g n$ 是不依赖于 g 的常数, 那么必有

$$n \equiv \pm 1 \pmod{p}.$$

六、(10 分) 设 p 是奇素数, $\mathbb{Z}_p$ 是模 p 的剩余类域, 证明: 映射

$$\phi : \mathbb{Z}_p \longrightarrow \mathbb{Z}_p, \quad \bar{x} \rightarrow \bar{x}^p$$

是域同构.