

华东师范大学期末试卷(A)

2010—2011 学年第 2 学期

课程名称: 复变函数

学生姓名: _____

学 号: _____

专 业: _____

年级/班级: 2009 级/

课程性质: 专业必修

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一、(24分)计算复积分

$$(1) \int_{|z|=2} \frac{e^z}{z(2z-1)} dz;$$

$$(2) \int_{|z|=4} \frac{z^{13}}{(z-1)^2(z^4+2)^3} dz;$$

$$(3) \int_C \operatorname{Re} z \, dz, \quad \text{其中积分路径} C \text{为从原点到点} 1+2i \text{的直线段.}$$

二、(20分) 求下列函数的所有奇点, 并指出奇点的类型 (若为极点, 指出级数或重数):

$$(1) f(z) = \frac{1}{e^{\frac{1}{z}} + 1} - \frac{1}{z};$$

$$(2) f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z-1}}}{(z^2+1)^3}.$$

三、(8分) 求函数 $z^6 + z^2 - 8z - 2$

(1) 在圆域 $|z| < 1$ 内零点的个数;

(2) 在环域 $1 < |z| < 2$ 内零点的个数.

四、(14分)将函数 $f(z) = e^{\frac{1}{1-z}}$ 分别在区域

(1) $1 < |z| < +\infty$ 与

(2) $0 < |z| < 1$

内展开成Laurent级数（均写出前四项）.

五、(8分) 设 $f(z) = \frac{(e^z-1)^2 \sin z}{z^2+2}$, 围线 $C: |z| = 4$. 求当 z 沿 C 逆时针绕行一周后, 幅角的改变量 $\Delta_C \arg f(z)$.

六、(10分) 求下列函数在指定点的残数:

(1) $f(z) = \frac{e^z}{1+z}, \quad z = \infty;$

(2) $f(z) = \tan \pi z, \quad z = \frac{1}{2}.$

七、(6分) 设 $f(z)$ 为整函数且 $|f(z)| \geq 2$, 证明 $f(z)$ 必为常函数.

八、(10分) 叙述最大模原理与保域性定理, 并用保域性定理证明最大模原理.