

肖刚的数学故事

谈胜利

2026 年 9 月 21 日

《中国科学》(英文版) 出版专辑 (2026 年的第 69 卷第 7 期), 纪念肖刚教授, 22 位作者撰写的 11 篇献给肖刚的文章通过了评审, 在专辑上发表, 作者包括大家熟知的萧荫堂教授和许晨阳教授等。在之前, 2009 年为吴文俊和钟同德, 2010 年为杨乐, 2023 年为陈景润等出版过纪念专辑。

作为专辑的前言, 陈志杰和本文作者简单地介绍了肖刚的研究工作, 还特地加了一小段介绍肖刚的经历。“肖刚教授 1951 年 9 月生于江苏省无锡市, 是中国知名且富有传奇色彩的数学家。初中时期, 他被下放到农场劳动, 在农场自学大学数学课程。1977 年 10 月, 考入中国科学技术大学, 攻读数学专业研究生。1980 年 1 月, 赴法国巴黎第十一大学深造代数几何, 师从雷蒙 (Raynaud) 与博维尔 (Beauville) 教授。1984 年获法国国家博士学位, 不久后回国, 入职华东师范大学。自 1992 年 10 月起, 担任尼斯大学教授。”“肖刚在代数几何领域, 尤其在代数曲面理论方面, 作出了重大贡献。他建立了一套计算曲面纤维化与曲面有限覆盖整体不变量的系统方法, 并成功将其应用于代数曲面的分类。”

有一段经历没有提及, 因为和数学无关, 就是肖刚作为工农兵学员在苏州大学学习英语的经历。据说, 肖刚当年报考的是数学专业 (其实没有考试), 数学招生官面试完后对肖刚非常满意, 就顺便问了一下除了数学还有什么其他爱好, 肖刚回答说还喜欢英语, 他们就把英语专业的招生官也叫过来面试了一下, 说肖刚的英语非常好, 肯定比数学还好, 建议他学习英语, 就这样阴差阳错的进入苏州大学的外语系。在进入中国科大读研究生之前, 他已经在中国数学界小有名气, 李克正教授说他是改革开放后我国招收的第一名研究生就不足为奇了。

肖刚做数学研究和科班出身的数学家很不一样, “怪想法”、“怪方法” 特别多, 并且其他领域的数学知识轻轻松松地成为他研究代数几何的工具, 比如李群李代数, 模曲线和模形式, 代数拓扑等。它是如何自学数学的我们不得而知, 据说他年轻时喜欢记日记, 希望有朝一日能够从中了解到他的学习方法。他在中国科大学习期间, 与李克正, 仝道荣合作翻译了 Carter 著的《李型单群 (上, 中, 下)》, 1983 年 3 月, 由中国科技大学研究生院数学教研室油印出版, 由此推测他在国内就学习过相关知识。

1 博士刚毕业就成为学科的国际领头人

2024 年 10 月 21 日至 25 日, 中国和法国的数学家在北京联合召开了纪念肖刚教授逝世 10 周年的学术研讨会, 肖刚的博士论文导师之一的博维尔 (A. Beauville) 教授组织并参加了纪念会, 他表示肖刚 1984 年一回国, 就把中国的代数几何研究带领到世界前沿。肖刚的

夫人陈馨老师以及肖刚之子肖定瑜医生致信感谢组委会的成员和参会者。为什么博维尔对一位刚毕业的博士有如此高的评价，我们回头看看当时代数曲面研究的现状。

美国数学会有个传统，每过 10 年，就会召开一次代数几何国际大会，总结十年来的最新成果和展望下一个 10 年代代数几何的发展趋势，都会在美国数学会出版《纯粹数学研讨会论文集》(PSPUM)。1985 年夏天(肖刚博士毕业 1 年)的大会是在 Bowdoin 召开的，其中代数曲面领域邀请了两位专家作综述报告，一位是意大利的 Catanese，报告题目是《一般型“特殊”曲面和典范环》。另一位是瑞典的 Persson，报告题目是《一般型曲面地理学介绍》。两份报告都大篇幅介绍了肖刚的研究工作，给予了高度评价，并且都以介绍肖刚最新的重要发现结束。肖刚到底做了什么样的工作，让他成为 10 年来最受关注的代数几何学家之一。

代数曲面在当时是最受关注的数学领域之一。19 世纪中叶，黎曼引进了代数曲线的拓扑不变量亏格 g (作为实曲面的洞的个数)，对固定亏格的曲线进行了精细分类，建立了分类空间(曲线的模空间)。后来人们一直在按照黎曼的思路分类代数曲面，庞加莱发现代数曲面的图形结构太复杂，就发展出代数拓扑理论。菲尔兹奖得主小平邦彦(Kodaira)将意大利学派发展的代数曲面分类理论推广到紧复曲面，并于 1960 年代，完成了椭圆曲面(带有亏格 1 纤维化的曲面)不变量的计算和大致的分类工作，非一般型代数曲面的分类问题被认为取得了很大的进展。

到了 70 年代，一般型代数曲面的分类成为主流的研究问题，两位菲尔兹奖得主 Mumford 和 Bombieri 开始研究一般型代数曲面的分类问题。Mumford 发现了一个伪射影平面，它是一个一般型曲面，有和平面一样的数值不变量，但不是射影平面。Mumford 还将小平邦彦的分类理论从复数域推广到正特征的代数闭域上。

模仿一般型曲线的分类，Bombieri 研究了一般型代数曲面的 m -典范映射，把性态不好的曲面先挑出来做精细分类。一般型曲线就是亏格至少为 2 的曲线。 $m \geq 3$ 时， m -典范映射的性态总是很好，只有亏格 2 曲线的 2-典范映射性态不好，它和椭圆曲线一样，是一个二重平面。对于典范映射(即 1-典范映射)，任何亏格都会出现性态不好的曲线，他们也是二重平面，人们称这样的曲线为超椭圆曲线，其它曲线为非超椭圆曲线。

对于一般型曲面，Bombieri 1973 年的一个定理表明(Francia 和 Reider 进行了改进)：

1. $m \geq 5$ 时，曲面的 m -典范映射 φ_m 的性态总是很好。
2. 4-典范映射 φ_4 性态不好的曲面有 1 类，可分类。
3. 3-典范映射 φ_3 性态不好的曲面有 4 类，可分类。
4. 2-典范映射 φ_2 性态不好的曲面有无穷多类，要么曲面的第一陈省身数 $c_1^2 \leq 9$ ，要么它们都是带有亏格 2 纤维化 $f: S \rightarrow B$ 的曲面。

典范映射 φ_1 的研究上没有突破。后来的十多年里，代数几何学家围绕这个定理，试图分类这些例外情形的曲面，特别是，对带有亏格 2 纤维化的曲面，Horikawa 分类了陈省身斜率达到最小数 2 的代数曲面，系列文章发表在美国的《数学年刊》上，另外就是人们构造了很多亏格 2 纤维化的例子，其陈省身斜率达到 8。

肖刚的硕士论文证明：2-典范映射的像是曲线的一般型曲面正好只有一类，它们的数值不变量都达到最小，很多人对这类曲面进行了分类。

肖刚的博士论文系统地分类了带有亏格 2 纤维化的曲面，给出了不变量的计算公式，并且研究了这些曲面的多重典范映射的性质，这是继小平邦彦对亏格 1 纤维化分类之后的一个重要进展。肖刚对不正则亏格 2 纤维化的分类非常巧妙，他证明这样的纤维化在曲线模空间中是一条模曲线 $B(d) = \overline{\mathbb{H}}/\Gamma(d)$ ，并且可以具体地把纤维化构造出来，曲面的不变量都是一些数论函数。模曲线是数论学家非常关心的，1994 年 Wiles 证明任何椭圆曲线都是模曲线，一个推论就是费马大定理。在这之前，我只在博维尔的一篇论文中见到过类似结论，他证明具有 4 条奇异纤维的半稳定椭圆纤维化 $f: S \rightarrow \mathbb{P}^1$ 来自模曲线 $(\mathbb{P}^1 \setminus \{0, 1, \infty, \lambda\} = \mathbb{H}/G)$ 。1985 年，肖刚的博士论文作为德国的《数学讲座丛书》1137 号出版，俗称黄皮书，这是中国大陆学者在该丛中出版的第一本书，成为亏格 2 纤维化的标准参考文献。

博维尔于 1979 年在典范映射 φ_1 的研究上取得了突破，他将丘成桐解决卡拉比猜想时得到的宫冈-丘成桐 (Miyaoka-Yau) 不等式应用于一般型曲面典范映射的研究，得到典范映射的很多限制，当曲面的不变量充分大时，1) 如果典范映射是一个重数为 d 的覆盖，那么 $d \leq 9$ ，肖刚改进为 $d \leq 8$ ，这是最好的界，不能再改进。2) 如果典范映射等价于一个纤维化 $f: S \rightarrow B$ ，博维尔证明纤维化的亏格不超过 5，肖刚证明底曲线 B 的亏格为 0 或者 1，特别值得一提的是，肖刚的这个结果不要求不变量充分大。典范映射研究的主要结果都是博维尔和肖刚得到的。

现在能够理解为什么 Catanese 的综述报告要大篇幅介绍肖刚的结果。1983 年，学习代数几何仅仅 3 年，肖刚就完成了 3 项高水平的研究成果，令很多人惊叹，也许名师出高徒是我们可以观察到的外部原因之一。

2 最活跃的曲面“地理学家”

Persson 的综述文章对肖刚的研究工作给出了高度评价。他在介绍曲面地理学领域时，说该领域“最活跃的学者——肖刚——孤立地回到中国去了”（肖刚回国前国内代数几何研究几乎是空白），并称“肖刚仍然是最活跃的地理学家”。在文章的最后说“Bowdoin 会议结束后不久，肖刚再次引起了轰动”，介绍他用很简单的方法构造出单连通正指数代数曲面的事情。Persson 说“再次引起轰动”，我估计他是想说肖刚之前的工作在 Bowdoin 会议期间已经引起过一次轰动。我们看看他是如何从曲面地理学的角度介绍肖刚的工作的。

要了解代数曲面的地理学问题，我们要先了解黎曼的代数曲线分类理论，共三大类。

1. 射影直线（黎曼球面） $\mathbb{P}^1$ ，亏格为 0。实图形是球面 $S^2 = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ 。
2. 椭圆曲线 $\mathbb{C}/\Lambda$ ，即光滑三次曲线，其亏格为 1，有牛顿标准方程 $y^2 = x^3 + ax + b$ ，可用 j -不变量 $j = 4a^3/(4a^3 + 27b^2)$ 来分类。椭圆曲线的实图形是环面 $S^1 \times S^1$ 。
3. 一般型曲线，其亏格 $g \geq 2$ ，通过典范映射，曲线分为两类，
 - (a) 超椭圆曲线，它们有和椭圆曲线类似的定义方程 $y^2 = f_n(x)$ ，这里 $n = 2g + 2$ ， n 次多项式 $f_n(x)$ 没有重根，（通过变换，把一个根移到无穷远，次数也可降为 $n = 2g + 1$ ）。例如亏格 2 的曲线都是超椭圆的。
 - (b) 非超椭圆的，比如平面上次数至少为 4 的光滑曲线都是非超椭圆的。

代数曲面的分类要复杂很多，仅离散不变量就有好多个。曲线亏格的推广有两个，“几何亏格 p_g ”和“非正则数 q ”，还有两个拓扑不变量，第一陈省身数 c_1^2 和第二陈省身数 c_2 ，两个陈数之和是另一个不变量“欧拉示性数 $\chi = p_g - q + 1$ ”的 12 倍， $c_1^2 + c_2 = 12\chi$ 。以前人们也称 $p_a = p_g - q$ 为曲面的算术亏格。还有庞加莱引进的更难计算的代数曲面基本群。人们通常把 c_1^2, c_2, χ 统称为陈数。注意 $\tau = c_1^2 - 8\chi$ 是代数曲面的拓扑指数，即拓扑相交二次型的指数。

依据不变量，可以将代数曲面分成 4 大类。

1. 射影平面 $\mathbb{P}^2$ ，直纹曲面 S ，有亏格 0 纤维化 $f: S \rightarrow B$ ，所有纤维 $F_t = f^{-1}(t) \cong \mathbb{P}^1$ 。
2. 阿贝尔曲面 $\mathbb{C}^2/\Lambda$ ，K3 曲面，双椭圆曲面，Enriques 曲面。
3. 椭圆曲面，有椭圆纤维化 $f: S \rightarrow B$ ，除了有限条奇异纤维，其它纤维是椭圆曲线。
4. 一般型曲面， $c_1^2 \geq 1$ ， $\chi \geq 1$ 。

前面两类曲面的不变量计算和分类主要是意大利学派完成的。20 世纪 60 年代，小平邦彦（Kodaira）建立了椭圆曲面的分类理论，这时有标准方程 $y^2 = x^3 + a(t)x + b(t)$ 。他将奇异纤维 F 划分为八类：I, II, III, IV, I*, II*, III*, IV*，并得到不变量的计算公式

$$c_1^2 = 0, \quad c_2 = 12\chi = j(f) + \sum_F c_2(F),$$

其中 $j(f) = \deg \frac{4a(t)^3}{4a(t)^3 + 27b(t)^2}$ 是纤维化的 j -不变量，是 j -函数关于 t 的次数；而依奇异纤维类型不同， $c_2(F)$ 的取值依次为 0, 2, 3, 4, 6, 10, 9, 8。

一般型曲面的不变量有两个主要的限制，它们满足诺特不等式 $c_1^2 \geq 2\chi - 6$ 和宫冈-丘成桐不等式 $c_1^2 \leq 9\chi$ 。

地理学问题（Van de Ven）：给定正整数 x, y ，假设它们满足 $2x - 6 \leq y \leq 9x$ ，问是否存在一般型代数曲面，其不变量正好是 $\chi = x$ ， $c_1^2 = y$ ，即正整数点 (x, y) 是否可以实现为一般型曲面的不变量？

- 诺特直线 $y = 2x - 6$ 上所有正整数点都可以由 Horikawa 曲面实现（Horikawa 给出了分类，它们有定义方程 $y^2 = f_6(x, t)$ ，可以实现为亏格 2 纤维化 $f: S \rightarrow \mathbb{P}^1$ 。
- 由丘成桐定理，宫冈-丘成桐直线 $y = 9x$ 上的一般型曲面都是球商曲面 $\mathbb{B}^2/G$ ，直线上有无穷多个这样的例子，具有最小不变量的例子就是 Mumford 的伪射影平面。
- Persson 证明区域 $2x - 6 \leq y \leq 8x - 19$ 中的正整数点都可以由具有亏格 2 纤维化的代数曲面来实现。并猜测亏格 2 纤维化曲面总满足 $c_1^2 \leq 8\chi$ 。猜测被肖刚在其博士论文中证实。Persson 说他在 Bowdoin 会议上甚至大胆猜测不等式 $c_1^2 \leq 8\chi$ 对任意亏格 g 的超椭圆曲面 $y^2 = f_{2g+2}(x, t)$ 也成立，会议结束后不久，肖刚就构造了反例（受同事邱森教授的邀请，例子于 1986 年发表在吉林大学的《东北数学》上，共 3 页）。
- 构造正指数曲面的例子更加困难，就是陈数对 (c_1^2, χ) 落在区域 $8x < y \leq 9x$ 的例子。依据 Persson 在《数学评论》(86d:14037) 中的介绍，1980 年代初，德国著名数学家希策布鲁赫（Hirzebruch）利用直线构型作分歧轨迹，构造平面的循环覆盖，给出了

这类曲面的初等构造，震惊了代数曲面学界。人们当时注意到例子中陈数比值 c_1^2/c_2 （等价地 c_1^2/χ ）存在若干空隙；于是自然会问：这类空隙是否是普遍现象，反映出某种谱行为。1984 年，Sommese 推翻所有这类空泛猜想。作者证明：区间内的所有有理斜率均可实现。证明仅利用基变换，是一个简单到出人意料的观察。希策布鲁赫后来利用阿贝尔覆盖构造了更多例子，一些例子落在直线 $y = 9x$ 上。

- 在给陈志杰的私人信件中，肖刚建议从 $y = 9x$ 上带有纤维化的曲面出发，用基变换和纤维扭曲（他自己发明的一套方法）来构造曲面填满剩下的区域。1991 年，陈志杰利用自同构对此方法做了改进，构造的曲面填满了区域 $y \leq 9x - 345$ ，基本解决了曲面地理学问题。不过填满直线 $y = 9x$ 和近平行线上的点仍然是非常有意思的困难问题，这是 AI 擅长的问题，它将彻底终结关于陈数的曲面地理学问题的研究。
- 1991 年，肖刚给出了任意亏格 g 的超椭圆纤维化 $f : S \rightarrow B$ 的陈数 $c_{1,\chi}^2$ 的计算公式，并利用亏格 g ， $b = g(B)$ 和 χ ，给出了 c_1^2 的最佳上界和下界不等式。还给出了相对非正则数 $q_f := q(S) - b$ 的上下界的估计。

3 第二次轰动：单连通正指数曲面的发现

按照不变量，代数曲线可分为三类：有理直线，椭圆曲线，一般型曲线。它们的万有覆盖空间分别是：球面 S^2 ，复平面 $\mathbb{C}$ ，复上半平面 $\mathbb{H}$ （由虚部为正的复数组成）。对应的基本群分别是：平凡群， $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ，无穷非交换群 $G(g)$ ， g 是曲线的亏格。所以单连通的代数曲线只有有理直线。

1980 年代，受到菲尔兹奖获得者 Freedman 和 Donaldson 的工作的影响，单连通代数曲面的研究受到很大关注。Freedman 1982 年的定理说，如果两个单连通的代数曲面有相同的拓扑相交型，则它们拓扑同胚。Donaldson 的定理说，存在两个单连通的代数曲面，它们拓扑同胚，但不微分同胚。

我们已经看到代数曲面可分为 4 类，前三类中，单连通的代数曲面分别为：

1. 射影平面 $\mathbb{P}^2$ ，陈数为 $(c_1^2, \chi) = (9, 1)$ ；有理直纹曲面 $f : S \rightarrow \mathbb{P}^1$ ，陈数为 $(8, 1)$ 。
2. K3 曲面，陈数为 $(0, 2)$ 。
3. 椭圆曲面 $f : S \rightarrow \mathbb{P}^1$ ，它至少包含一条单连通奇异纤维（即不是 I 型的纤维），最多有两条奇异纤维是重纤维（一定是 I 型的），若正好有两条重纤维 $F_1 = m_1 F'_1$ ， $F_2 = m_2 F'_2$ ，则它们的重数互素， $\gcd(m_1, m_2) = 1$ ，这是 Moisezon 的单连通判别法。曲面的陈数 $(0, \chi)$ 可由小平邦彦公式算出。

因此，单连通代数曲面的地理学问题就剩下一般型曲面的没有解决。我们看看这个问题的研究历史。

- Deligne 证明诺特直线 $y = 2x - 6$ 和 $y = 2x - 5$ 上的一般型曲面是代数单连通的，即其上没有非平凡无分歧有限覆盖。Horikawa 于 1970 年代末证明，两直线上的曲面都是拓扑单连通的。另一方面，1978 年，丘成桐证明直线 $y = 9x$ 上的一般型曲面是球商曲面，所以其基本群是无限的。两条亏格至少为 2 的曲线的乘积是一个一般型曲面，落在直线 $y = 8x$ 上，基本群是两曲线基本群的乘积，因此是无限的。

- 常见的单连通代数曲面的拓扑指数要么是负的，要么是 0，都落在区域 $y \leq 8x$ 之内。比如，三维射影空间中的光滑曲面，高维射影空间中的完全交曲面，用二次覆盖构造的一些曲面。Bombieri 等很多人普遍猜测（民间猜测）正指数代数曲面不可能是单连通的，Bogomolov 将它命名为“分水岭猜测”。Van de Ven 甚至猜测正指数一般型曲面的万有覆盖空间同胚于一个球。肖刚给了本文作者一篇论文，是日本数学家宫冈的预印本，60 多页，是关于这个猜想的证明。肖刚说文章的证明有错，让我学习时注意。并说文章中有二次覆盖的基本群计算的研究，值得看看。
- 1987 年，Moishezon 和 Teicher 构造出一批反例。他们的方法如下，首先将 $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ 同构地嵌入某高维射影空间 $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \cong X \subset \mathbb{P}^N$ ，然后通过“一般投影”将曲面表示为射影平面的 n 重覆盖 $\pi: X \rightarrow \mathbb{P}^2$ ， n 就是 X 在射影空间中的次数，可假设次数很高。再将这个一般覆盖扩充为伽罗华覆盖 $S \rightarrow \mathbb{P}^2$ ，即 S 的函数域 $\text{Rat}(S)$ 是扩张 $\text{Rat}(X)/\text{Rat}(\mathbb{P}^2)$ 的伽罗华闭包，伽罗华群 $\text{Gal}(\text{Rat}(S)/\text{Rat}(\mathbb{P}^2))$ 是 n 次对称群。宫冈曾经于 1982 年就证明过曲面 S 的拓扑指数为正。Moishezon 和 Teicher 经过复杂的计算，证明 S 是单连通的。计算实在是太复杂，而且要用到他们自己发明的“辫子单值”的计算，他们在引言中明确表示“我们理解文章很难读，给读者几乎唯一的建议就是要有耐心”。
- 几乎同时，肖刚对发表在《东北数学》上 3 页纸的例子稍加改造，就用很简单方法构造出单连通正指数一般型代数曲面，他的构造方法迅速被广泛流传。（这就是 Persson 所说的再次引起轰动的工作）。陈志杰进一步构造出一批新的例子，其陈斜率 c_1^2/χ 最高可以达到 8.8，这类例子的陈斜率在区间 $[8, 8.8]$ 中稠密，并证明区域 $8x < y < 8.8x - 33000$, $x \geq 41169$, y 是偶数的点都能由单连通曲面来实现。肖刚的例子没有正式发表，是陈志杰的文章中介绍的，该文于 1987 年发表在德国的《数学年刊》上。
- 肖刚的例子基本群为什么容易计算，因为他将 Moishezone 的单连通判别法推广到任意亏格的纤维化 $f: S \rightarrow \mathbb{P}^1$ ，只要有一条纤维是单连通的，重纤维的条数不超过两条，正好两条时，重数互素，那么曲面 S 就是单连通的。
- 肖刚将他的计算方法应用于超椭圆纤维化曲面的基本群的计算 [8]，证明满足不等式 $c_1^2 < \min \{ \frac{8}{3}(p_g - 1), 3p_g - 13 \}$ 的一般型正则曲面 ($q = 0$) 都是单连通的，将 Horikawa 的界 $c_1^2 \leq 2p_g - 3$ 提高了很多，并且知道上界 $\frac{8}{3}(p_g - 1)$ 不能改进。在之前的文章 [13] 中，肖刚证明这样的代数曲面是代数单连通的。
- 2015 年，有学者又得到一批新例子，其陈斜率在 $[8, 9]$ 中稠密，论文发表在美国的《数学年刊》上。
- 在肖刚发表的最后一篇数学文章中，他与 Persson 和 Peters 合作，研究了单连通代数曲面的典范除子何时是偶除子的问题，它来自四维流形的拓扑的研究，陈斜率较小时，他们得到了不变量上的限制。也构造了正指数单连通曲面的新例子。这是他唯一一篇合作发表的文章。

4 肖刚创建的“上海学派”

几位日本代数几何学家经常在国际学术会议上将肖刚开创的研究领域称为“上海学派”。除了代数曲面地理学外，肖刚关于代数曲面纤维化不变量的系统研究和独特方法，至今仍然是有重要影响的特色研究。

4.1 纤维化曲面不变量研究的意义

肖刚首先系统地研究了代数曲面纤维化 $f: S \rightarrow B$ 不变量的计算和性质问题。该项研究来自三个方面的需要。

一是一般型代数曲面分类研究的需要。亏格 0 和 1 的纤维化曲面有比较好的分类理论，就是直纹曲面和椭圆曲面。亏格 $g \geq 2$ 的纤维化曲面的分类是下一个要研究的问题。

二是曲线模空间研究的需要，对任何纤维化，利用曲线模空间可以定义三个模不变量，也称模陈数， $c_1^2(f)$ ， $c_2(f)$ ， $\chi(f)$ ，它们是非负有理数，满足 $c_1^2(f) + c_2(f) = 12\chi(f)$ 。这些不变量反映了模空间中超曲面的几何。

三是数论中丢番图问题研究的需要，如数域 $\mathbb{Q}$ 和函数域 $K = \text{Rat}(B)$ 上曲线的 Mordell 猜想和 Shafarevich 猜想。它们的解决需要用到纤维化的模不变量。函数域上的亏格 g 曲线就是亏格 g 纤维化 $f: S \rightarrow B$ ，曲线上的有理点 P 就是 S 上的一条水平曲线 C_P ，它与纤维的相交数为 1。

Mordell 猜想： 设 $f: S \rightarrow B$ 是亏格 g 变模纤维化， $g \geq 2$ ，则有理点的个数有限。

Shafarevich 猜想： 给定曲线 B 和有限点集 $\Sigma \subset B$ ，固定亏格 $g \geq 1$ 。则最多存在有限个不同构的变模纤维化 $f: S \rightarrow B$ ，使得奇异纤维的像都落在 Σ 之中。

数论学家希望先解决函数域的猜想，然后将方法推广到数域。纤维化的模不变量不依赖于参数 $t \in B$ ，在数论中有类似的推广，比如 $\chi(f)$ 被称为 Faltings 高度。Faltings 就是沿着这个思路证明了数域上的两个猜想，因而获得菲尔兹奖。

1960 年代，Manin 证明了纤维化的 Mordell 猜想。1970 年代，Parshin 和 Arakelov 证明 Shafarevich 猜想，它可推出 Mordell 猜想。他们的方法是对模不变量进行上界的估计，但模不变量缺乏计算公式，因此他们引进了纤维化的相对不变量，假设 F 是一条光滑纤维， $F \times B \rightarrow B$ 为平凡纤维化， S 的陈省身数减去 $F \times B$ 的陈省身数，就称为 f 的相对陈省身数。记 $b = g(B)$ ，三个相对不变量为

$$\begin{aligned} K_f^2 &= c_1^2(S) - 8(g-1)(b-1), \\ e_f &= c_2(S) - 4(g-1)(b-1), \\ \chi_f &= \chi(\mathcal{O}_S) - (g-1)(b-1). \end{aligned}$$

它们都是非负整数，满足诺特等式 $\chi_f = \frac{1}{12}(K_f^2 + e_f)$ 。当纤维化是半稳定时，模不变量等于对应的相对不变量，因此可以给出模不变量的上界估计， $\chi(f) \leq \frac{g}{2}(2b-2+s)$ ，这里 $s = \#\Sigma$ 是奇异纤维的个数。Arakelov 通过不等式证明猜想在半稳定情形下成立。然后用稳定约化给出一般情形的证明。

由于相对不变量的计算等价于曲面整体不变量的计算，所以相对不变量也成为曲面分类研究的工具。对变模纤维化， $\chi_f \neq 0$ ，肖刚称 $\lambda_f = K_f^2/\chi_f$ 为纤维化的斜率。

在他的中文专著《代数曲面的纤维化》[7] 中，肖刚将他发现的亏格 2 纤维化不变量计算公式推广到任意亏格的超椭圆纤维化（光滑纤维均为超椭圆曲线），并用于超椭圆纤维化曲面的基本群的研究 [8]。这时曲面也是直纹曲面的二次覆盖。他引入指标 $s_i(F)$ ，给出相对不变量的计算公式，并得到了斜率 $\lambda_f = K_f^2/\chi_f$ 的不等式，

$$4 - \frac{4}{g} \leq \lambda_f \leq \begin{cases} 12 - \frac{8g+4}{g^2}, & g \text{ 是偶数}, \\ 12 - \frac{8g+4}{g^2-1}, & g \text{ 是奇数}. \end{cases} \quad (1)$$

很容易构造例子说明下界对任何 g 都是最佳的。1986 年，肖刚 [15] 构造了一个斜率超过 8 的超椭圆纤维化的例子。刘小雷和作者合作构造了例子说明上界对任何 g 也是最佳的，回答了肖刚提出的一个问题（[7]，问题 6.5.1）。

4.2 肖刚的斜率不等式

1987 年，肖刚 [14] 提出一套有效的方法来研究亏格 g 纤维化的相对不变量，他建立了层 $f_*\omega_{S/B}$ 的稳定性（哈德尔-纳拉西曼（Harder-Narasimhan）滤过）与线性系 $|K_{S/B}|$ 的子线性系之间的关联。对任意纤维化，他得到著名的斜率不等式：

$$K_f^2 \geq \frac{4g-4}{g} \chi_f.$$

因此，他把超椭圆纤维化的斜率不等式推广到任意纤维化。他的证明方法独特，成为 40 年来研究纤维化斜率的主要方法。不等式本身和证明方法在数学上应用的广泛性超出了人们的想象。

- 藤田隆夫（Fujita）在《数学评论》中对肖刚的方法给出评价：评论人期待这套巧妙的方法（或其改进版本）能够在更多其他方向的研究中发挥作用。后续的学术发展印证了这一点。
- 曲线模空间上的应用。肖刚的斜率不等式对半稳定纤维化就是 Cornalba 和 Harris 于 1988 年发现的模斜率不等式： $c_1^2(f) \geq \left(4 - \frac{4}{g}\right) \chi(f)$ 。人们常说 Cornalba 和 Harris 的斜率不等式对非半稳定纤维化也成立，这实际上说的是模斜率不等式，它不能直接推出肖刚的斜率不等式。
- 丢番图几何上的应用。Vojta 注意到，利用肖刚的斜率不等式和他自己建立的典范类不等式 $c_1^2(f) \leq (2g-2)(2b-2+s)$ ，可以推出 Arakelov 不等式。Lang 注意到肖刚的方法可能对建立有理点的高度不等式有用。袁新意等最近得到的有理点个数上界的有效估计用到肖刚的该项工作。
- 庞加莱代数可积性问题。对一阶常微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{q(x,y)}{p(x,y)}$ ，我们也可以定义它的肖刚斜率。吕鑫和作者发现肖刚的斜率不等式可以用于判断方程的代数可积性，比如，如果微分方程的肖刚斜率小于 2（这样的方程有很多），则方程不是代数可积的，即没有有理函数是其首次积分，这就给出了庞加莱问题的一个肯定答案。假设肖刚斜率为正，且不超过 $8/3$ ，如果它代数可积，那么有理首次积分的亏格为 2，这就给出潘勒维（Painlevé）问题的一个肯定答案。

- 动力系统上的应用。于飞将哈德尔-纳拉西曼滤过用于估计泰希米勒曲线 (Teichmüller curve) 上的李雅普诺夫指数, 提出一个主猜想: 李雅普诺夫谱多边形控制哈德尔-纳拉西曼多边形。主猜想被包括菲尔兹奖获得者在内的四位数学家一起证实。

- Severi 猜想的解决。肖刚在论文开场白就说, 解决 Severi 猜想是这篇文章的研究动机。猜想说, 如果曲面 S 的陈数满足 $c_1^2 < 4\chi$, 且 $q(S) > 0$, 那么存在正则纤维化 $\alpha: S \rightarrow B$ (即 $g(B) = q(S)$)。猜测最终被意大利的 Pardini 证实, 她利用一个覆盖技巧, 将猜想归结为肖刚斜率不等式当 g 趋于无穷时的极限情形。

- 相对非正则数的估计。作为新方法的一个应用, 肖刚首次建立了 $q(S), b, g$ 之间的非平凡不等式, 他称 $q_f := q(S) - b$ 为纤维化的相对非正则数。在之前, 人们只知道 $q_f \leq g$, f 平凡时等号成立。肖刚发现 f 不平凡时, $q_f \leq \frac{5g+1}{6}$ 。后来他进一步证明 [12]: 当基曲线 $B = \mathbb{P}^1$ 时, $q_f \leq \frac{1}{2}(g+1)$ 。他猜测这个不等式对任意底曲线都对, 后来有人发现了反例, 现在人们把猜测修改为 $q_f \leq \frac{1}{2}g + 1$ 。之前他 [6] 对超椭圆纤维化给出过 q_f 的精确估计。肖刚发起的该项研究目前仍然非常活跃, 人们试图找到最佳上界, 这也是肖刚在中文专著中提出的未解决问题 ([7], 问题 6.5.6)。

- 非超椭圆纤维化的斜率下界。肖刚猜测斜率达到极小时纤维化是超椭圆的。这个猜测吸引了大量的研究, 1993 年, 猜测被 Konno 证实 (当时蔡金星也几乎同时发现了一个证明, 没有发表)。因此, 非超椭圆纤维化的斜率下界要更高,

(a) $g = 3$ 时, $\lambda_f \geq 3$. (Horikawa, 陈志杰, Konno, Reid)

(b) $g = 4$ 时, $\lambda_f \geq 24/7$. (陈志杰 1993, Konno 1993)

(c) $g = 5$ 时, $\lambda_f \geq 40/11$. (Konno 1993)

(d) $g \geq 16$ 时, $\lambda_f \geq 4$. (吕鑫和左康 2018)

- 曲线模空间斜率的计算。肖刚提出问题 ([7], 问题 6.5.4): 给定亏格 g , 求最大的 $\lambda(g)$, 使得对充分一般的亏格 g 纤维化 f , $\lambda_f \geq \lambda(g)$ 。如果只考虑半稳定纤维化, 这样的最大值记为 λ_g , 那么 $s_g = 12 - \lambda_g$ 就是亏格 g 曲线模空间的斜率, 所以该问题也是曲线模空间理论的核心问题之一。

(a) $\lambda_2 = 2$. (Horikawa, Persson, 肖刚, Eisenbud-Harris-Morrison)

(b) $\lambda_3 = 3$. (陈志杰, Konno, Reid, Eisenbud-Harris-Morrison)

(c) $\lambda_4 = 7/2$. (陈志杰, Konno, Eisenbud-Harris-Morrison)

(d) $\lambda_5 = 4$. (Konno, Eisenbud-Harris-Morrison)

(e) $\lambda_6 = 25/6$. (Eisenbud-Harris-Morrison)

(f) $\lambda_{10} = 5$. (谈胜利, Farkas-Popa)

(g) $\lambda_g = 6 - \frac{12}{g+1}$, 当 $g = 7, 8, 9, 11$ 时。 (谈胜利)

(h) $\lambda_g \geq 6 - \frac{12}{g+1}$, 当 $g+1$ 是合数时。 (Eisenbud-Harris)

(i) $\lambda_g \geq 5.5$, 当 $g \geq 23$ 时。 (Harris-Mumford)

- 近 10 年来，肖刚的斜率不等式和特有的研究方法对国内的多个研究团队的工作产生了深刻的影响。斜率不等式在有效 Mordell 猜想的解决上得到应用，并用于部分解决志村 (Shimura) 曲线的 Oort 猜想；以多种形式推广到高维纤维化，并被用于建立高维的诺特不等式与 Severi 不等式；应用于建立正特征代数曲面的斜率不等式，Severi 不等式，宫冈-丘成桐不等式，Arakelov 不等式；在常微分方程和动力系统的研究中得到应用。(袁新意等；陈猛、江辰、江智、胡勇、张通；孙笑涛、顾怡、周明铄、孙浩，徐万元；左康，吕鑫，杨金榜，陈柯，凌松波，赵航，郭志明；刘文飞，于飞，叶飞，陆俊，龚成，刘攀，洪杰，吴小行，谈胜利等)。

4.3 基变换与纤维化不变量的研究

研究曲线丢番图几何和曲线模空间的一个基本方法就是纤维化的基变换 $\pi : \tilde{B} \rightarrow B$ ，(或者称为参数替换 $t = \pi(s)$)，我们可以构造 f 在 π 下拉回的纤维化 $\tilde{f} : \tilde{S} \rightarrow \tilde{B}$ ，其亏格仍然是 g 。稳定约化定理说，对任何纤维化 $f : S \rightarrow B$ ，存在基变换 π 使得 f 的拉回纤维化 $\tilde{f}$ 是半稳定的。这个定理是 Mumford 和 Deligne 研究曲线模空间的重要工具，也是 Arakelov 证明 Shafarevich 猜想的关键方法。

1986 年秋，肖刚到美国普林斯顿高等研究院访问，他开始从不变量的角度研究基变换。对于给定的亏格 $g \geq 2$ ，肖刚 [11] 构造了一个正整数 $N_g = \prod_{p \leq 2g+1} p^{\ell_p}$ ，这里 p 是素数， ℓ_p 是满足 $2g \geq p^{\ell_p} - p^{\ell_p-1}$ 的最大整数，并发现稳定约化定理的有效版本，

定理 4.1. 对任何亏格 g 纤维化 f ，存在次数不超过 N_g 的基变换使得 $\tilde{f}$ 是半稳定的。

实际上，肖刚证明在 $f(F) \in B$ 上全分歧的 N_g 次基变换一定是 F 的稳定约化。2022 年，龚成，顾怡，陆俊，Pollack 合作构造了例子说明，对无穷多个 g ， N_g 是最佳的。

Arakelov 在证明 Shafarevich 猜想时发现：如果 f 半稳定，则 $\tilde{f}$ 也半稳定，且

$$K_{\tilde{f}}^2 = nK_f^2, \quad \chi_{\tilde{f}} = n\chi_f, \quad e_{\tilde{f}} = ne_f.$$

这里 n 是基变换的次数。肖刚 [6] 发现在非半稳定的条件下，

$$K_{\tilde{f}}^2 \leq nK_f^2, \quad \chi_{\tilde{f}} \leq n\chi_f, \quad e_{\tilde{f}} \leq ne_f.$$

肖刚证明了左边两个不等式，猜测右边的不等式也成立，1989 年，他给作者的博士论文题目就是证明这个猜想，我博士毕业后才找到猜测的证明。肖刚给我的一封信件中表示，希望进一步了解不等式两边的差，由此可推断，从不变量的角度研究纤维化的基变换和稳定约化，他最终目的是要建立小平邦彦类似的计算公式。

实际上，上面三个不等式说明模不变量不超过相对不变量，

$$c_1^2(f) \leq K_f^2, \quad \chi(f) \leq \chi_f, \quad c_2(f) \leq e_f.$$

作者后来发现，上式两边的差可以用奇异纤维的贡献来计算，推广了小平邦彦的公式。

5 第三次轰动：肖刚与神奇的 42

1988 年 8 月，肖刚参加了在日本 Katata 召开的第 23 届 Taniguchi 代数几何国际会议，每位参会者的学术报告是以提出未解决问题为主，出版了代数几何问题集。



图 1: 1988 在日本召开的第 23 届 Taniguchi 代数几何国际会议（张德祺提供）

后: Tsunoda, Moriwaki, Nakayama, Mukai, Mori, Kollar, Ekedahl, Ishida, Kawamata, ?
 前: 肖刚, Miyaoka, Fujita, Miyanishi, Reid, Clemens, Iskovskikh, Illusie, Viehweg, Shokurov



图 2: 肖刚在第 23 届 Taniguchi 国际会议招待会上发言（陈志杰提供）

这次会议被认为是对代数几何的发展起到重要推动作用的会议。2026 年 6 月 8-12 日，在普林斯顿大学召开了《高维几何 40 年》的国际会议，会议特地将 1988 年在日本召开的会议的照片放在宣传页上。

在日本的会议上，肖刚提出的未解决问题之一就是一般型代数曲面的自同构群问题。

5.1 一般型代数曲面的自同构群

1994 年和 1995 年，肖刚分别在美国的《数学年刊》和《代数几何杂志》上发表了两篇系列文章，([5, 4])，他得到一般型代数曲面 S 的自同构群 $\text{Aut}(S)$ 的阶的最佳上界，又一次引起轰动。肖刚的著名定理表明：

$$|\text{Aut}(S)| \leq 42^2 c_1^2(S),$$

等号成立当且仅当 $S \cong C \times C/N$ ，其中 C 是满足 $|\text{Aut}(C)| = 84(g(C) - 1)$ 的曲线， N 是 $\text{Aut}(S)$ 的某个正规子群。

肖刚的证明思路：对伽罗华有限覆盖 $S \rightarrow S/G$ 应用胡尔维茨（Hurwitz）公式来计算曲面的第一陈数。这个方法最自然，但计算最复杂，而结果最有效。其实人们都知道这应该是最有效的方法，因为曲线时的最佳界就是这样得到的，但由于计算过于复杂，就没有人敢沿着这个思路研究自同构群。萧荫堂先生一直希望有人能够简化肖刚的证明，因为这是代数曲面理论中的一个重要结果，需要让更多人了解证明过程。

肖刚非常喜欢这个定理，他在个人主页上说他是在 42 岁时发现这个不等式的。这个神秘的数字 42 在曲线时也出现了，但在 3 维以上的情形就消失了。他告诉作者，文章投出去不久，就有人用电子邮件一直在问他文章证明的细节，等到最后一个问题回答完后，文章就被接受了，他估计问他问题的人是审稿人。

- 1892 年，胡尔维茨证明了一个著名定理：亏格 $g \geq 2$ 的复光滑射影曲线 C ，其自同构群 $\text{Aut}(C)$ 的阶满足 $|\text{Aut}(C)| \leq 84(g - 1) = 42 \deg K_C$ 。这个系数 42 是最佳的，有无穷多个 g ，存在亏格 g 的曲线，其自同构群的阶达到上界。

Maclachlan, Harvey, Homma 分别给出 $\text{Aut}(C)$ 的交换子群 G 、循环子群、素数阶子群的上界，它们分别是 $4g + 4$ 、 $4g + 2$ 、 $2g + 1$ 。证明的核心还是对有限阿贝尔覆盖 $C \rightarrow C/G$ 使用胡尔维茨亏格公式。

- 对一般型极小代数曲面 S ，Andreotti 于 1950 年证明自同构群 $\text{Aut}(S)$ 是有限群，阶数的上界由 $c_1^2(S)$ 的某个函数给出。由于曲面情形的伽罗华覆盖不变量的计算非常复杂，Andreotti 是通过间接的方法证明有限性的。
- 日本会议之后，肖刚开始寻找一般型代数曲面自同群阶的最佳上界，他从阿贝尔自同构群的研究开始，构造在群作用下不变的纤维化，利用他发展的纤维化不变量的研究方法，并将群表示的思想引入到该项研究，很快就取得重大突破。对于 $\text{Aut}(S)$ 的交换子群 G ，肖刚 [9] 证明当 $c_1^2(S) \geq 140$ 时， $|G| \leq 52 c_1^2(S) + 32$ ；单个素数阶自同构的阶不超过 $9 c_1^2(S) + 36$ 。该项成果发表在德国的《数学发现》（Invent. Math.）上。

以陈志杰为代表的华东师大团队与蔡金星、左康等合作，经过多年的研究，最近找到了各种交换子群的阶的最佳上界，排除几类曲面后，交换子群，循环子群，素数阶子群的最佳上界分别是 $12.5c_1^2 + 100$ ， $12.5c_1^2 + 90$ ， $5c_1^2 + 31$ ，验证了肖刚先前的猜测。

- 对于 n 维一般型代数流形的阿贝尔自同构群 G ，肖刚证明存在第一陈数的线性界 [2]， $|G| \leq c(n)c_1^n$ 。三维时的线性界是蔡金星证明的。
- 肖刚进一步研究了 K3 曲面 S 的自同构群，K3 曲面不是一般型的，所以自同构群一般不是有限的，但它的辛自同构子群 G 是有限的。1979 年，前苏联数学家 Nikulin 分类了所有交换的辛自同构群。1988 年，日本数学家 Mukai 确定了这样的极大子群，共有 11 类。1996 年，肖刚 [3] 给出了分类定理的一个新证明，利用计算机，确定所有可能的奇点组合，并确定对应的群 G 。最终结果是有 81 种类型，可以列出所有情形的表格。该项工作也是他的最受关注的成果之一。

5.2 人才培养和数学研究兴趣的转变

肖刚 1984 年回国后迅速建立起国内的代数几何研究队伍，在很长一段时间内，华东师大是国内代数几何人才培养的主要基地。他“孤立地回国”，却带着团队走出国门，给国际同行留下了深刻的印象。他是如何在回国后短短几年的时间内就把具有国际水平的团队建立起来了，值得我们回顾。

肖刚是改革开放后最早回国的一批留学生，加入华东师大后，代数前辈曹锡华安排陈志杰加入到代数几何团队，协助肖刚开展科研和培养人才，陈志杰要放弃自己熟悉的代数研究，转向代数几何研究，需要从零开始，他不负众望，在两年的时间内就做出曲面地理学的令人瞩目的成果。1984 年，数学系安排了两名硕士生翁林和杜宏学习代数几何，很快顺利完成硕士论文。1986 年又招收了 6 名代数几何方向的硕士生，陈猛，孙笑涛，徐祥，张志军，刘斌和本文作者。1989 年，又招收了硕士生蔡金星和刘先仿，学习都很顺利。

自学代数几何的学生往往是从抽象代数几何学起，研读 Hartshorne 著的《代数几何》。肖刚拟定的硕士生培养方案有所不同，除了代数方向的必修课《交换代数》和《代数基础》（模、范畴与同调代数）外，复代数曲线（北京大学出版社的《代数曲线》）和复代数曲面是代数几何方向的必修课，而把 Hartshorne 的代数几何作为讨论班的课程，学生自学为主。这样的设置让我们在学习的过程中几乎没有碰到什么困难，很快就进入研究前沿。

到了高年级，又把 Hodge 形变理论，Mori 的极小模型理论等作为讨论班的专题，让我们分头准备，在讨论班上报告相关内容，陈猛从事三维代数簇的研究就是从这时开始的。

肖刚在法国尼斯大学工作期间，招收过一名代数几何方向的学生。他自己的研究兴趣开始转向开发数学软件，创建了 WIMS 开放网络平台，借助网络资源，特别是算力，辅助数学教育和数学研究，有十多个国家将平台翻译成本国文字，建立了镜像站。据说肖刚的事迹出现在法国的中学课本中。

他往往比大公司超前半年开发出新软件，但很快发现软件再先进，没有市场，最终还是会被人超越。

肖刚自己曾表示过他把数学事业都献给了中国。

肖刚发表论文清单

- [1] Persson, U.; Peters, C.; Xiao, G.: *Geography of spin surfaces*. Topology **35** (1996), no. 4, 845–862.

- [2] Xiao, G.: *Linear bound for abelian automorphisms of varieties of general type*. J. Reine Angew. Math. **476** (1996), 201–207.
- [3] Xiao, G.: *Galois covers between K3 surfaces*. Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **46** (1996), no. 1, 73–88.
- [4] Xiao, G.: *Bound of automorphisms of surfaces of general type. II*. J. Algebraic Geom. **4** (1995), no. 4, 701–793.
- [5] Xiao, G.: *Bound of automorphisms of surfaces of general type. I*. Ann. of Math. (2) **139** (1994), no. 1, 51–77.
- [6] Xiao, G.: *Irregular families of hyperelliptic curves*. Nankai Ser. Pure Appl. Math. Theoret. Phys., 3, World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ, 1992, 152–156.
- [7] 肖刚: 代数曲面纤维化, 上海科技出版社, 1991.
- [8] Xiao, G.: π_1 of elliptic and hyperelliptic surfaces. Internat. J. Math. **2** (1991), no. 5, 599–615.
- [9] Xiao, G.: *On abelian automorphism group of a surface of general type*. Invent. Math. **102** (1990), no. 3, 619–631.
- [10] Xiao, G.: *Degree of the bicanonical map of a surface of general type*. Amer. J. Math. **112**(1990), no. 5, 713–736.
- [11] Xiao, G.: *On the stable reduction of pencils of curves*. Math. Z., **203** (1990), 379–389.
- [12] Xiao, G.: *Irregularity of surfaces with a linear pencil*. Duke Math. J. **55** (1987), no. 3, 597–602.
- [13] Xiao, G.: *Hyperelliptic surfaces of general type with $K^2 < 4\chi$* . Manuscripta Math. **57** (1987), no. 2, 125–148.
- [14] Xiao, G.: *Fibered algebraic surfaces with low slope*. Math. Ann. **276**(1987), (3), 449–466.
- [15] Xiao, G.: *An example of hyperelliptic surfaces with positive index*. Northeast. Math. J. **2** (1986), no. 3, 255–257.
- [16] Xiao, G.: *Algebraic surfaces with high canonical degree*. Math. Ann. **274** (1986), no. 3, 473–483.
- [17] Xiao, G.: *L'irrégularité des surfaces de type général dont le système canonique est composé d'un pinceau (Irregularity of surfaces of general type whose canonical system is composed with a pencil)*. Compositio Math. **56** (1985), no. 2, 251–257.
- [18] Xiao, G.: *Finitude de l'application bicanonique des surfaces de type général (Finiteness of the bicanonical mapping of surfaces of general type)*. Bull. Soc. Math. France **113** (1985), no. 1, 23–51.
- [19] Xiao, G.: *Surfaces fibrées en courbes de genre deux*. Lecture Notes in Math., 1137 Springer-Verlag, Berlin, 1985, x+103 pp.
- [20] 肖刚, 李克正, 仝道荣译; Carter, R. 著: 李型单群 (上, 中, 下), 中国科技大学研究生院数学教研室, 1983 年 3 月

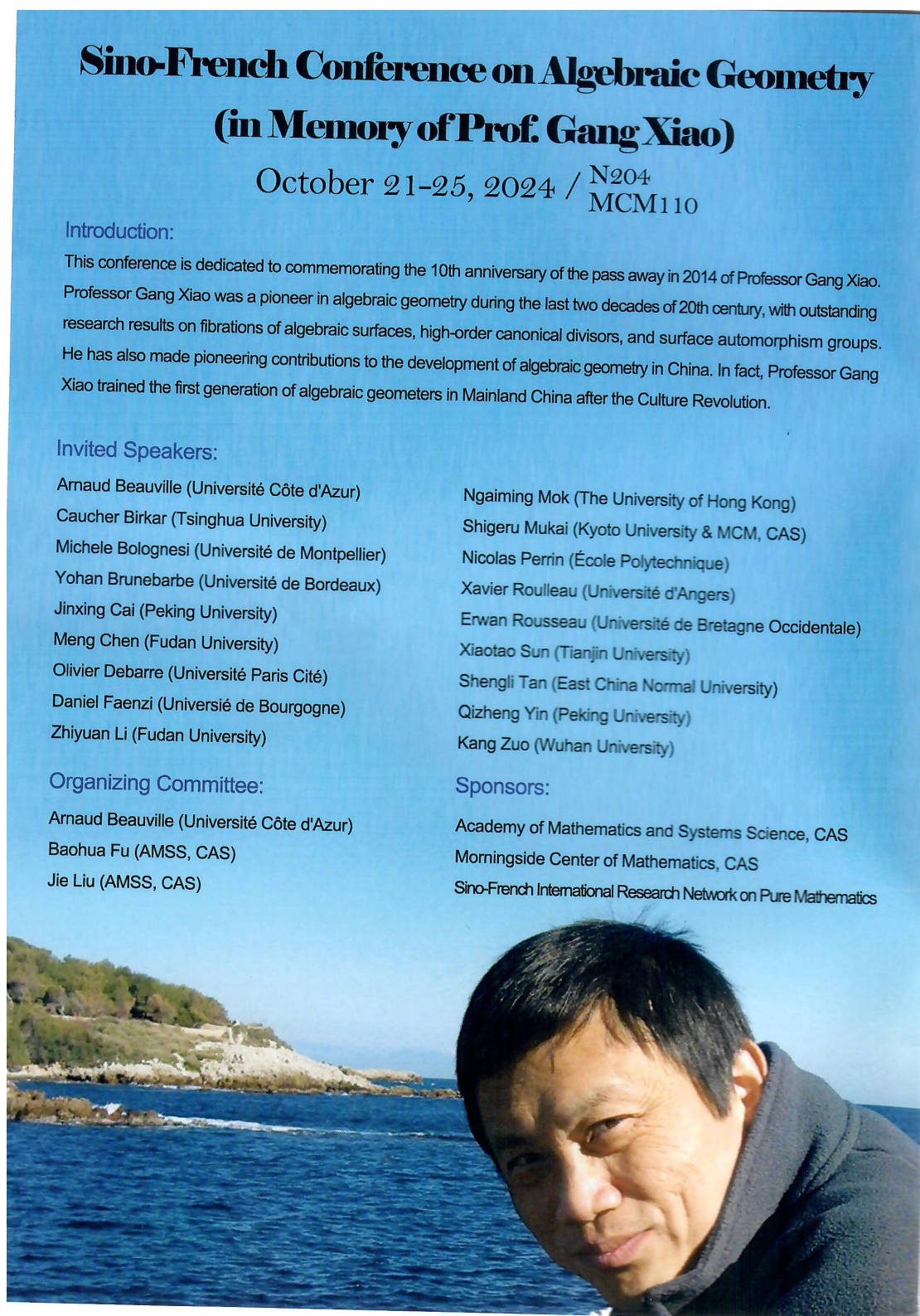


图 3: 2024 年纪念肖刚逝世 10 周年的学术会议的会议手册

我的爸爸肖刚

肖定瑜

当我听说，今年10月21日在北京召开的中法代数几何会议是为了纪念我的父亲肖刚逝世十周年时，首先我感到的是惊讶，这种惊讶是因为我的无知，而忽视了他代数几何领域功绩的重要性，使他能深深地留在他的数学同行们的记忆中，我随之感受到的是父亲带给我的无比自豪。

我印象中杰出的父亲，更多的是他对所有事物的好奇、探索、实践及无所不能的才华和勇气，令他成功地研究着最抽象的科学概念-代数几何，轻松如同他在家修理水管一样。由于我在数学方面有限的认识，从未能达到估量他于代数几何方面所做工作的卓越性和广度性。

感谢你们举办的纪念会议，让我不仅了解到父亲对代数几何的贡献，而他牢固地编织出的，与师生及同事们之间的亲密关系，是不会因中法两国距离的遥远，或是时光的流逝而冲淡的，他永久地留在了我们不可磨灭的记忆里，继续激励着代数几何新一代人的一往无前。

我母亲和我同时要特别感谢的是：父亲的老师- Arnaud Beauville 先生，他亲自组织了我父亲的纪念活动及代数几何会议，他不辞辛苦，不顾年迈，来到中国北京，他们谊皆师友，我们的楷模。

谢谢你们！

肖定瑜（法国肿瘤科医生）

2024 年 10 月 1 日

（原文是法文，中文是陈馨老师翻译的）