大学数学学习的方法感悟

作为一个文科生最初在选择大学数学这门课程的时候还是有所担心的，怕自己跟不上。但是在这一学期的大学数学的学习过程中，虽然也经历了一些困难，但也逐渐对大学数学的学习有所感悟，

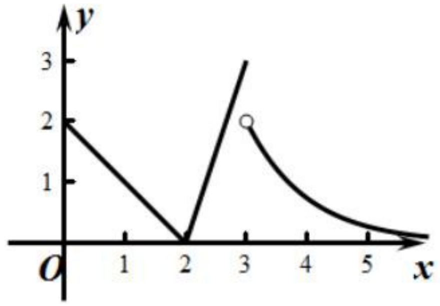
第一，通过画图将抽象变为具象。最开始学习极限的时候，对于概念的理解不够透彻，将极限与最值意义混淆。

右极限和左极限的概念单纯看文字对于我个人而言有些抽象，比如右极限的概念：如果当自变量 $x > x_0$ ，且无限接近 x_0 时，函数 $f(x)$ 的值无限接近某个确定的常数 A，则称当自变量 x 趋向 x_0 时，函数 $f(x)$ 有有极限 A，或称 A 是函数 $f(x)$ 在点 x_0 的右极限。通过图像与练习题，对极限的具体概念理解更加清晰。

例题 1：

已知函数$y=f(x)$的图像如图所示,

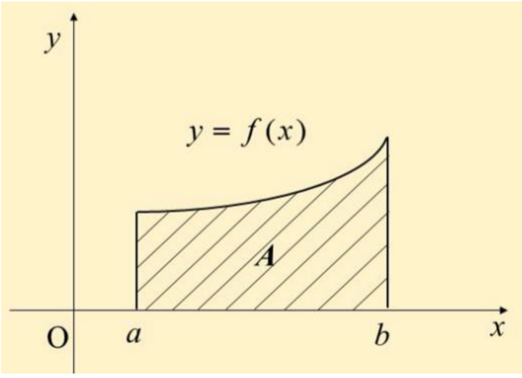
计算$\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$.



在求 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ 时，在最初做这道题的时候曾产生过疑惑：x 趋向 0 时，函数值为 2，但是在这段区域内，函数最值应当是 $x=3$ 时取得最大值，那么极限和最值 有什么区别呢？在对图像和概念进行进一步思考后，理解了函数的极限和极值并 没有什么关联，只需要看自变量 x 无限趋近 x_0 时，函数 $f(x)$ 的值无限接近哪个常数，那个常数就为所要求得的极限值。因此在这道题中 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=2$ 。除此之外，通过图像求 $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$和 $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$，也可以充分体现左极限和右极限的图像意义。

还有例如各种函数的图像、用导数求函数单调区间、运用定积分求不规则平面图形面积的时候，画图是最直观且准确的方法。还有定积分的几何意义以及微

积分的基本定理，都可以通过图像来将抽象的文字概念具象化，更有利于理解和记忆概念。



（上图：定积分的几何意义就是在区间$[a,b]$上以$f(x)$为曲边梯形的面积）

第二，化繁为简。在面对一些看起来很复杂的式子时总是先被吓到，感觉看上去很繁杂很难解出答案，但事实上往往很多看上去复杂的题目都可以运用一些小技巧，或者其实运用基本的概念、定理、方法就可以顺势解决，化繁为简。事实上它们并没有这么难，所以看到此类题目的时候应该先冷静思考，再尝试回归一些概念的意义本身，寻找正确的打开方式。

例题 2：

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^n+2n^2}{3n^2-2n+\operatorname{arccot} n}$$

这道题看上去由很多不同的函数组成，除了分子分母同时除以n^2 ，但其实也 有一个可以快速判断的方法。$(-1)^n$在$n\to\infty$的时候也就是1或者-1，而后面是$2n^2$，是无穷大，所以1和-1对无穷大不会造成影响，因此分子可以直接当做是$2n^2$。分母中因为$\operatorname{arccot} n\to 0$，而$3n^2$比$2n$是高阶无穷大，所以$2n$可以忽略。这样分母就只变成了$3n^2$。所以最后可以化成 $\frac{2n^2}{3n^2}=\frac{2}{3}$。

例题 3：

$$\int_0^3\sqrt{9-x^2}\mathrm{d}x$$

该题乍一看并没有化简的方法，但是看到 $\sqrt{9-x^2}$，就可以联想到该函数所代表的几何意义，即四分之一的圆$x^2+y^2=9$的面积，问题马上迎刃而解。

由此也说明，对于基本概念、定理、性质的掌握需要熟悉，才能够在此基础上灵活运用不同方法进行解题。

第三，总结归纳。在每节课结束之后，感觉基本上都听懂了，做作业的问题也不大，有些困惑也能通过在做题的过程中解决。但是每次一到测验，就容易一时半会思路卡壳，想不出解题方法。所以在学习之后应该对一个单元的知识进行总结归纳，在总结时善用典型例题便于记忆和理解，建立自己系统化的解题思路，找出易错点、重点。

例如求极限的一些常用的基本类型和方法：

1．$\frac{\infty}{\infty}$型：可运用洛必达法则；分子分母同除以趋近于无穷速度更快的项（比如$5n$和$3n$，则除以$5n$）。

2．1^{∞}型：利用重要极限公式：$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^{x}=\mathrm{e}$

3．$\frac{0}{0}$型：运用洛必达法则；利用分子有理化，约去分子分母中趋近于 0 的公因式。

4．$\infty-\infty$型：利用通分，将原式化为比值形式。

5．利用无穷小量的性质：无穷小量与有界量的乘积仍为无穷小量；有限个无穷小量之和仍为无穷小量；有限个无穷小量之积仍为无穷小量。

6．利用重要极限对原式进行变形：（1）$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$（2）$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^{x}=\mathrm{e}$。

数学学习过程是一个需要反复练习的过程，多练习、多思考、多总结，才能熟能生巧。经常一节课学习的知识点刚学完时是印象最深的时候，但如果不经过习题练习和知识回顾，过几天就会感到十分生疏，因此复习也是十分重要的。不能只是为了解题而解题，要学会举一反三，对基本定义性质、运算法则要掌握透彻和熟练，就像建筑房子意义，地基是最重要的，是一切的基础。