

大学数学的学习总结

本学期大致学习了极限、导数、和基本的微积分运算，以及正在或将要学习的线性代数部分。前四者可以自成一个大的部分，其中极限、求导又是微积分运算的基础，所以我做了如下的思维导图，简要构建了本学期先前学习部分的框架。在这篇文章中，也想简要叙述一下本学期数学学习的难点和方法体会。

首先，本学期最深刻的教训就是过程分，跳过程、漏条件之类的问题扣分太心痛了。尤其在求函数极值点、最值点或者比较两个函数在某一区间的大小的时候，除了求导、求单调区间以外，还要注意单调区间的开闭问题，和“严格”单调递增或递减的“严格”两字不能遗漏。其次，在求二阶导和复合函数求导的时候，要背熟基本函数求导公式，包括正负号，注意中间变量，尤其是求二阶导，一步错步步错，要仔细检查。另外还要注意求积分使用凑微分法的时候，原式的系数也要随之变动，同时用换元法将会使得式子更加简便和容易检查，也不要忘记还原后的新的积分上下限。

另一方面，我个人认为课本从基本函数到极限、导数，再从微分到积分，是从宏观转入微观、再从微观转回宏观的过程。将自变量 x 的区间无穷分割，再将 $f(x)$ 求和，从大处着眼，从小处入手，这是我对于学习方法的感受。

进哲学系以来，唯一同数学有关的是去年选过经管类的线性代数课程，但之前没有碰过导数、微积分之类的概念，觉得数学果然还是很有趣，找回了曾经做数学、和同学讨论答案和考试的感觉。虽然疫情原因没有在教室大环境里上课，但本学期还是收获很多。

附：大学数学思维导图：

大学数学

积分

积分号, 被积函数, 被积表达式, 积分变量

记得常数C

基本积分公式&线性运算性质

凑微分法; 分步积分法 (对应求导法则逆运算)

积分变量, 被积函数, 积分表达式, 积分上限、下限, 积分区间

基本性质: 线性、区间可加、单调、积分中值

原函数, 积分上限函数, 牛顿-莱布尼茨公式

平面图形面积, 旋转体体积 (πr^2)

运算过程中积分号末尾不要忘记写dx

求不定积分不要忘记常数C

平面图形求面积先求积分变量取值范围

不定积分

定积分

注意事项

微分

函数在局部的线性变化, $dy=f'(x)dx$

微分公式 (即求导公式乘以dx); 微分运算

拉格朗日中值定理; 导数相等的两个原函数相差一个常数C

$f'(x)<0 (>0)$, 严格单调递减 (严格递增)

极值和最值: 驻点和导数不存在点, 端点

洛必达法则

注意事项: 求极值和最值时注意书写格式和细节! 微分不要忘记dx!

函数

基本函数和复合函数

中间变量概念

外层函数、内层函数

初高中已经学过的其他知识

单调、奇偶、周期

注意事项: 在说单调性时, 要表明是否“严格”单调

极限

发散、收敛、常数列

$\lim X_n = a (n \text{ 趋近于无穷})$

性质

唯一性

四则运算

有界性

保不等式性

迫敛性

极限与连续 (左右极限)

重要极限: $\lim(\sin x/x) = 1 (x \rightarrow 0)$; $\lim(1+1/x)^x = e (x \rightarrow \text{无穷})$

无穷小量: 高阶; 等价

最大、最小值定理, 介值性定理

注意事项: 背重要极限, 左右极限书写规范及应用

导数

函数变化率

可导必连续, 连续不一定可导

基本初等函数和求导公式

导数四则运算性质和复合函数链法则&二阶导数

注意事项: $\cos x$ 导数为 $-\sin x$; 复合函数求导注意中间变量