关于“微积分”的漫笔

本学期学习的内容主要围绕“微积分”展开，分别介绍了微积分的对象（函数）、微积分的基础、表现变化率和局部线性变化的导数和微分以及用来刻画量变的累加的积分。[1]

虽然并以前并未学习过与微积分相关知识，但细想起来，实际上微积分早已渗透在我之前的生活和学习中。一个非常典型的例子是祖暅原理。高中课本告诉我，当两个等高的立体每一个横截面积相同的时候，它们的体积也相同。这本身似乎在暗示这样一个事实，即体积就是由一个个很薄的面积叠加起来的构成的，由此我们也可以通过这 种方法来计算体积。但当时的我仍然不能理解无数个“面”为什么能够叠成一个“体”，正如无数个“点”为什么能够组成一条“线”，这个问题在很长一段时间一直令我很困惑，尽管那时我已经模糊地感到，它们与“极限”这一概念有很大联系。

“极限”是个非常诱人的概念，它诞生于人类思辨的开端，向我们昭示着一种极其微妙的处境。早在古希腊的芝诺那里，他就以“飞矢不动”、“阿基里斯追乌龟”和“二分法悖论”向我们表达了对于“极限”最原始的思与惑：连续和间断、无限和有限、不变和变动这些矛盾之间到底是否泾渭分明、存在一个不可逾越的障碍？到黑格尔和恩 格斯那里，他们试图以辩证法来回应这个问题，表明在运动中，这些矛盾概念之间都可以实现相互转化。当然这是后话了，当时的希腊人尚不能解释这个问题，但这并不妨碍他们从这种现实与理念的差异中感受到什么，并这种“极限”的方法加以使用。由此我们会看到泰勒斯对于图形的考察中蕴含了“微积分”的思想，阿基米德更以积分的雏形穷竭法尝试推算弓形面积。

到了十七世纪，为了解决面积、切线、极值，速率等问题，特别是为了刻画运动与瞬变化，科学家们取得了极大的突破，开普勒、笛卡尔和费马的工作为“微积分”的创立奠定了基础[2]。

十七世纪下半叶，在前人的基础上，牛顿的研究真正意义上开创了“微积分”，首次给出了微积分的基本定理，并将其应用到许多动力学和运动学问题中。与他同一时期的德国数学家莱布尼茨也独立创立了微积分，并且定义了我们至今都在使用的积分符号（∫）此外他 还发现了求高级导数的莱布尼茨公式，牛顿莱布尼茨公式，并将微分与积分运算联系在一起。

[1] 柴俊主编：大学文科数学 上海：华东师范大学出版社 2019 年 6 月第二版 第 1-2 页 目录部分

[2] 陈宁.微积分基本定理—— —微积分历史发展的里程碑[J].工科 数学,2000(6):76-79

然而牛顿和莱布尼兹的微积分理论，都在无穷小量的阐述方面存在矛盾，贝克莱就曾经指责牛顿的微分学中的无穷小量一会趋近于零而作为零使用，一会又不等于零可以从式子两边约去。在他看来，取曲线一小段并把它缩为一个点并且找出曲线在这一点上的斜率这种方法是不靠谱的，因为一个点无法拥有斜率。[3] 到后来柯西严格定义了无穷小量、函数的极限和连续性等概念，并在此基础上，重新阐述了微积分理论，无穷小量引起的混乱才被消除。

就我个人而言，我对“微积分”的理解是很浅薄的，书本上许多公式和定理我都是靠死记硬背才记下来并能够使用。但我始终觉得微积分和极限很有意思，因为它似乎为我们提供了一种超越感官的精确性。高中的时候我很喜欢“几何画板”，当时给我的感觉是无论我将 一条曲线怎么放大，除非占满屏幕，它都会向我呈现一个弯曲的模样， 但微积分却告诉我，在某一个点的瞬间它却能够被视作一条平滑的、 能够计算斜率的直线。无怪乎笛卡尔在他的《谈谈方法》中对数学给予超越其他一切学科的评价——“它的推理确切明了……它的基础这样牢固，这样结实。”[4]

在这一学期的学习中，我感觉自己对微积分和无穷概念有了比以前更进一步的初步认识，同时也对数学这一门科学的精确性，严格性有了更加深刻的体会[5]。希望在今后的日子里还能有机会接触有关数学的内容，使自己能更“周密”些。[6]

[3] 斯蒂芬•梅森：自然科学史，[M].上海 上海人民出版社，1977 年，第 271 页

[4] 笛卡尔：谈谈方法[M].北京 商务印书馆 王太庆译，2000 年 第 7 页

[5] 很典型的例子是有关复合函数求导的问题，我总是犯错，后来反思了一下，实际上是由于我根本不理解它为什么要分开求导才导致的，因此，在写这篇小论文的前两天我去找了一下复合函数求导公式的证明（见高等数学第七版上册，同济大学出版社 1978 年版），感觉这样一步步推出来之后就会记得牢靠许多，想来数学也像是有情感的，之前我待它不严格不精确，它便也以此报我。

[6] 引自《培根随笔》，原句是“读史使人明智，读诗使人灵秀，数学使人周密，科学使人深刻，伦理学使人庄重，逻辑修辞使人善辩，凡有所学，皆成性格。”