

第十二周上机

作业要求：

- 采用北太天元科学计算软件编程
- 将.m 文件作为附件发送至：13023729093@163.com
- 邮件主题为：code03-学号-姓名, 如: code03-12345678-张三
- 在每个 M 文件的第一行添加注释语句：% 学号-姓名

1. 用不同数值方法计算积分

$$\int_0^1 \sqrt{x} \ln x \, dx = -\frac{4}{9}.$$

(1) 取不同的步长 h ($h = 1/2, 1/4, 1/8, 1/16$), 分别用复合梯形及复合辛普森求积计算积分, 并与积分精确值比较两个公式的精度, 画出误差 ($R_n[f]$) 关于 h 的变化图, 计算收敛阶 (参考第一次上机练习)。

(2) 用龙贝格求积计算完成问题 (1)。

2. 用复合 Simpson 求积公式计算定积分

$$\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} \, dx = 0.9460830703671830 \dots$$

要求与提示：

(1) M 文件取名为 code03a.m

(2) 对分加密, 区间等分数取不同的 $n = 2, 4, 8, 16, 32$, 对应的 $h = 1/n$, 与上面准确值比较输出每次近似值的误差, 画出误差 ($R_n[f]$) 关于 h 的变化图, 并计算收敛阶

(3) 被积函数在 0 点取值定义为 1

3. 用复合两点 Gauss-Legendre 求积公式计算下面的定积分

$$\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} \, dx = 0.9460830703671830 \dots$$

要求与提示：

(1) M 文件取名为 code03b.m

(2) 区间等分数分别取 $n = 1, 2, 4, 8, 16, 32$, 输出每次近似值的误差, 并计算收敛阶

(3) 由变量替换, 一般区间 $[a, b]$ 上的两点 Gauss-Legendre 求积公式:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) \, dx &= \frac{b-a}{2} \int_{-1}^1 f\left(\frac{b-a}{2}t + \frac{b+a}{2}\right) \, dt \\ &\approx \frac{b-a}{2} \left[f\left(\frac{b-a}{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \frac{b+a}{2}\right) + f\left(\frac{b-a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{b+a}{2}\right) \right] \end{aligned}$$