

华东师范大学

理工学院数学系期中考试试题 (2001年11月)

考试科目: 高等代数与解析几何 专 业: 数 学 (基地班)

共 1 页

一、(共12分) 叙述下列概念或命题:

(1) 线性相关; (2) 仿射标架; (3) 行列式按一行(或一列)展开定理.

二、(共12分) 判别下列映射是否为单射, 满射, 双射?

(1) 设 A 是空间向量的集合, \mathbb{R}^+ 是非负实数集, 定义映射 $f: A \rightarrow \mathbb{R}^+$, $\vec{a} \mapsto |\vec{a}|$;

(2) 设 S_n 是 n 阶对称群 (即: n 个元素的集合上的全体置换的集合), 定义映射 $g: S_n \rightarrow S_n$, $p \mapsto (n1)p$;

(3) 设 $M_n(K)$ 是数域 K 上 n 阶方阵的集合, 定义映射 $h: M_n(K) \rightarrow K$, $A \mapsto |A|$.

三、(共14分) 解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0, \\ 4x_1 + 9x_2 + 16x_3 + 25x_4 = 0, \\ 8x_1 + 27x_2 + 64x_3 + 125x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

四、(共15分) 设 $A(2, -1, 1)$, $B(5, 4, 4)$, $C(2, 3, -1)$, $D(4, 1, 2)$ 是空间中的四个点.

(1) 求以 A, B, C, D 为顶点的四面体 Ω 的体积 V ;

(2) 求由平面 ABC 和平面 ABD 所成的平面角 θ ;

(3) 求 Ω 关于底面 ABC 的高 H .

五、(共12分) 求由空间三点 $A(1, -1, 1)$, $B(2, 0, 2)$, $C(3, 0, 2)$ 所构成的三角形 ABC 的外心 P 的坐标.

六、(共20分) 计算行列式

$$(1) \begin{vmatrix} a_0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_1 & x & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n-2} & 0 & 0 & \cdots & x & 1 \\ a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}; \quad (2) \begin{vmatrix} 10 & 3 & 5 & 3 & 9 \\ 1 & 8 & 7 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 10 & 5 \\ 1 & 8 & 0 & 18 & 1 \end{vmatrix}.$$

七、(共10分) 证明: 如果 $\vec{a} = \vec{p} \times \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{q} \times \vec{n}$, $\vec{c} = \vec{r} \times \vec{n}$, 则 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面.

八、(共5分) 专业英语

ε, σ ; 行列式, 单位矩阵; elementary column transformation, even permutation.