

并行计算课程

矩阵向量乘积并行算法

(基于 MPI)

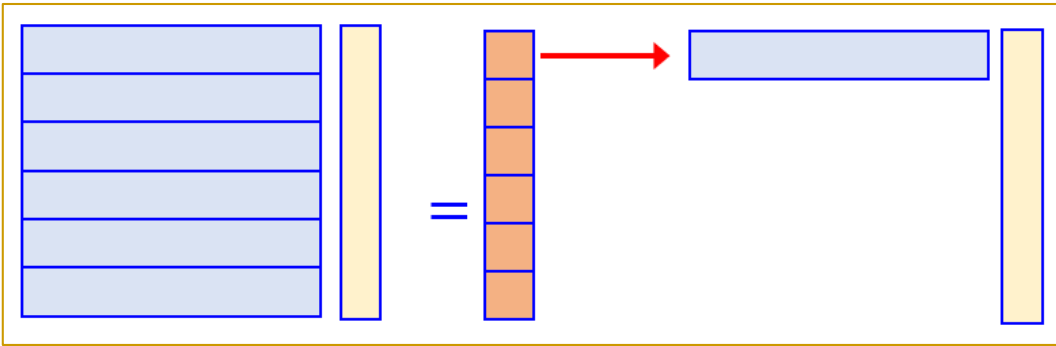
潘建瑜

华东师范大学



串行算法

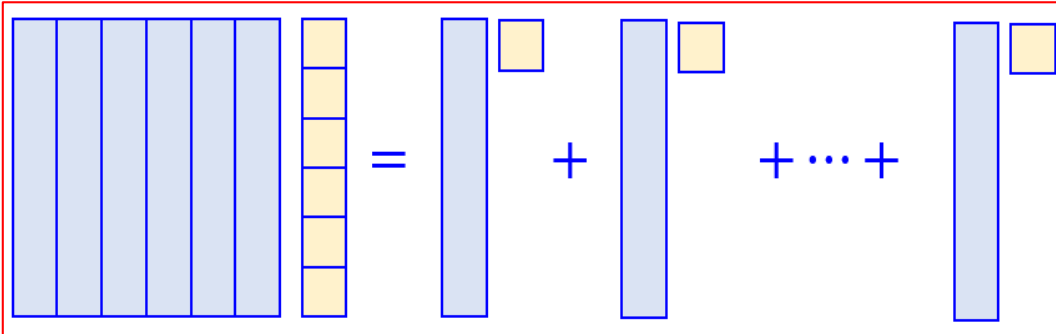
$$y = Ax \quad (A \in \mathbb{R}^{m \times n}, x \in \mathbb{R}^n)$$



```

for i=1 to m // i-j 循环
  for j=1 to n
    y(i)=y(i)+A(i,j)*x(j)
  end for
end for

```

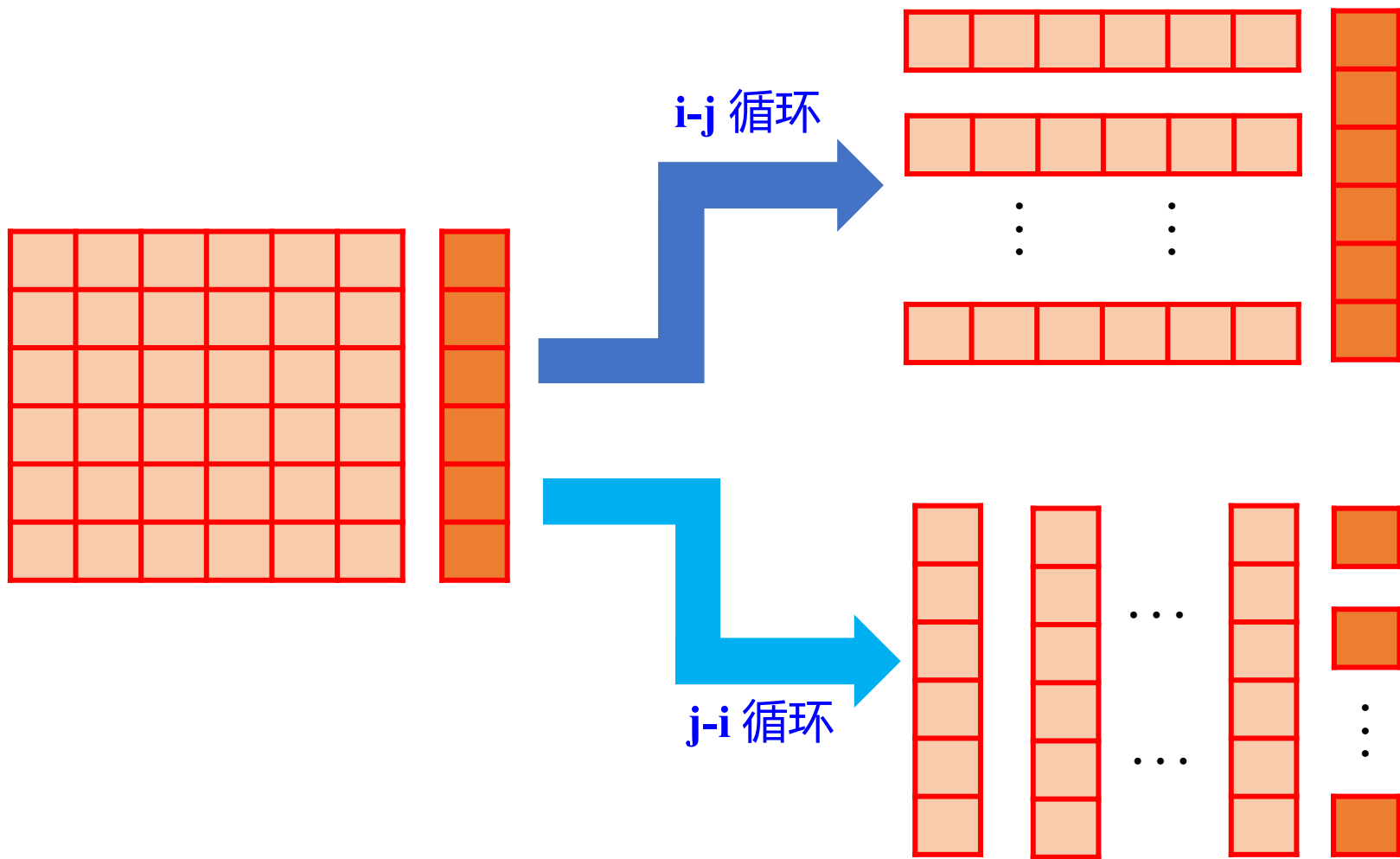


```

for j=1 to n // j-i 循环
  for i=1 to m
    y(i)=y(i)+A(i,j)*x(j)
  end for
end for

```

数据分配





并行算法

—— 按行划分

注： P_i 表示第 i 个处理器或第 i 个进程

并行算法：按行划分

将矩阵 A 按行划分成行块子矩阵

$$Ax = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ \vdots \\ A_{p-1} \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} A_0 x \\ A_1 x \\ \vdots \\ A_{p-1} x \end{bmatrix}$$

数据存储方案

- 矩阵：按行划分，分别存储
- 向量 x ：每个结点都存储 x
- 向量 y ：每个结点计算一部分，在 0 号进程中合并，并广播给其他进程

- 将 A_i 存放在处理器 P_i 中，每个处理器计算 $A_i x$,
- 最后调用 `MPI_GATHER` 或 `MPI_GATHERV` 即可

举例

例：按行划分，用 p 个进程并行计算矩阵向量乘积，其中

$$A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, \quad x = [1, 2, \dots, n]^T \in \mathbb{R}^n$$

(1) 取 $n=1024$, $p=4$, 矩阵划分：按顺序连续划分，即 0 号进程存储 $A[0:255, :]$, 1 号进程存储 $A[256:511, :]$, 依次类推。

[MPI_matvec.c](#)

[MPI_matvec_v.c](#)

(2) 取 $n=1024$, $p=3,4,5$, 矩阵划分：卷帘方式。

[MPI_matvec_swap.c](#)



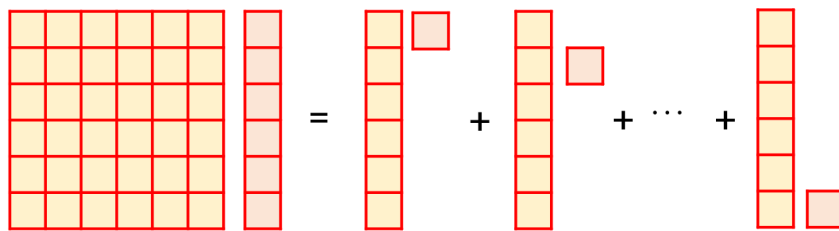
并行算法

——按列划分

并行算法：按列划分

将矩阵 A 按列划分，并对 x 也做相应的划分

$$Ax = [A_0, A_1, \dots, A_{q-1}] \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{p-1} \end{bmatrix} = A_0 x_0 + A_1 x_1 + \dots + A_{p-1} x_{p-1}$$



- 将 A_i 和 x_i 存放在 P_i 中，每个处理器计算 $A_i x_i^T$
- 最后调用 `MPI_REDUCE` 或 `MPI_ALLREDUCE` 即可。

谢谢
THANK YOU

