

第一周作业：误差 共 6 题

练习 1.1 已知  $x$  的相对误差不超过 2%，试估计  $x^n$  的相对误差。

(提示：本题计算的是相对误差限)

练习 1.2 设  $\tilde{x}_1 = 1.1021$ ,  $\tilde{x}_2 = 0.031$ ,  $\tilde{x}_3 = 385.6$ ,  $\tilde{x}_4 = 56.430$ , 利用四则运算的误差估计公式, 求下列各近似值的误差限:

(1)  $\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 + \tilde{x}_4$ ;

(2)  $\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3$ ;

(3)  $\tilde{x}_2/\tilde{x}_4$ .

练习 1.3 计算球体积, 要使相对误差不超过 1%, 问半径  $R$  所允许的相对误差限是多少?

练习 1.4 求方程  $x^2 - 56x + 1 = 0$  的两个根, 使它至少具有 4 位有效数字.

(取  $\sqrt{783} \approx 27.982$ )

练习 1.5 设  $S = \frac{1}{2}gt^2$ , 假定  $g$  是准确的, 而对  $t$  的测量有  $\pm 0.1$  秒的误差.

证明: 当  $t$  增加时  $S$  的绝对误差也增加, 但相对误差却减少.

练习 1.6 序列  $\{y_n\}$  满足递推关系

$$y_n = 10y_{n-1} - 1, \quad n = 1, 2, \dots,$$

若  $y_0 = \sqrt{2} \approx 1.41$  (保留 3 位有效数字), 计算到  $y_{10}$  时, 误差有多大? 这个计算过程稳定吗?

(提示: 整数的加、减、乘和幂运算, 在不溢出的情况下不用考虑舍入误差)