

# Mathematica 参考

jypan@mathecnu

一、 Mathematica 基础.....	1
1 基本语法规则.....	1
1.1 Mathematica 中的一些常用符号.....	1
1.2 命令和语句的执行方式.....	1
2 Mathematica 中的数与基本运算.....	1
2.1 Mathematica 常用内部常数.....	1
2.2 Mathematica 中数的类型.....	1
2.3 Mathematica 中的精确数与近似数.....	2
2.4 关于数的一些基本运算.....	2
2.5 不同进制的数的转换.....	2
3 基本运算.....	2
3.1 算术运算.....	2
3.2 关系运算与逻辑运算.....	3
4 变量与表达式.....	3
4.1 变量.....	3
4.2 表达式.....	3
4.3 变量操作.....	3
5 字符串.....	3
5.1 字符串操作.....	4
6 列表.....	4
6.1 列表的生成.....	4
6.2 列表分量.....	4
6.3 列表修改.....	5
6.4 列表运算.....	5
7 矩阵.....	6
7.1 矩阵的生成.....	6
7.2 特殊矩阵.....	6
7.3 矩阵分量.....	6
7.4 矩阵运算.....	7
8 函数.....	8
8.1 常用初等函数.....	8
8.2 随机函数.....	9
8.3 自定义函数.....	9
二、 符号计算.....	10
1 多项式运算.....	10
2 代数方程求解.....	10
3 微分方程求解.....	10
4 级数运算.....	10
5 计算极限.....	10
6 计算导数.....	10
7 计算积分.....	10
三、 作图.....	11
1 二维曲线做图.....	11
1.1 函数作图.....	11
1.2 参数方程作图.....	12

1.3 极坐标方程作图.....	12
1.4 散点作图.....	12
2 三维曲线做图.....	13
2.1 参数方程作图.....	13
3 三维曲面做图.....	13
3.1 函数作图.....	13
3.2 参数方程作图.....	14
3.3 球坐标作图.....	14
4 图形的重现与组合.....	14
5 动画.....	15
四、程序设计.....	15

# 一、Mathematica 基础

## 1 基本语法规则

- ① 所有命令和内置函数都是以大写字母开始
- ② 函数的参数是在方括号中给出
- ③ 乘法运算符可以用空格代替（不建议这么做）
- ④ 内置的函数名通常都很长，使用函数的名字的全拼
- ⑤ 输入和输出标识符：In[n]:= 和 Out[n]=

### 1.1 Mathematica 中的一些常用符号

( )	运算的结合	%	最后一次的计算结果
f[ ]	函数取值	%%	倒数第二次计算结果
{ }	列表	%%% (k)	倒数第 k 次计算结果
[[k]]	列表的分量	%k	第 k 次计算结果，即 Out[k]
!cmd	执行 Dos 命令	(*comments*)	注解
!!filename	显示文件的内容	Print[x,y,...]	屏幕输出函数
?name	显示系统变量、命令或函数的相关信息		
??name	显示系统变量、命令或函数的全部信息		

### 1.2 命令和语句的执行方式

- ① 命令或语句输入结束后按 Shift + Enter （简称执行键）即可执行；
- ② 运行多个语句：输入全部语句后再按执行键；
- ③ 如果不需要显示运行结果：在语句后面加分号；
- ④ 命令（语句）分隔符：回车或分号；
- ⑤ 长语句可以分多行输入，直接按回车键换行即可。

## 2 Mathematica 中的数与基本运算

Mathematica 中的数分普通的数和内部常数。

### 2.1 Mathematica 常用内部常数

Degree	角度到弧度的转换系数, Pi/180
E	自然对数的底, 2.71828...
EulerGamma	Euler 常数 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \right) = 0.577217\dots$
GoldenRatio	黄金分割数 $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$
I	虚部单位
Infinity	无穷大
Pi	圆周率

### 2.2 Mathematica 中数的类型

Mathematica 的数有：整数、有理数、实数和复数：

- ① 整数：Integer，具有任意长度的精确数；
- ② 有理数：Rational，用最简分数表示，有理数是精确数，输入方式“分子/分母”；
- ③ 实数：Real，是指除了整数和有理数之外的所有实数。与一般高级语言不同的是，这里

的实数分任意精度和机器精度；

- ④ 复数：Complex，带虚数单位 I，实部和虚部可以是整数、有理数或实数。

### 2.3 Mathematica 中的精确数与近似数

- ① 精确数：整数、有理数、数学常数以及函数在自变量取整数、有理数、数学常数时的函数值；如 12, 2/3, Sin[3], Pi
- ② 近似数：带有小数点的数；如 12.0, 3.14159
- ③ 如果参与运算的数带有小数点，则运算结果通常为近似数，显示的时候带 6 位有效数字，实际计算时具有机器精度。

### 2.4 关于数的一些基本运算

<b>N[x,n]</b>	提取 x 的近似值，带 n 位有效数字
<b>N[x]</b>	提取 x 的近似值，机器精度
<b>Floor[x]</b>	取整：不大于 x 的最大整数
<b>Ceil[x]</b>	取整：不小于 x 的最小整数
<b>Round[x]</b>	取整：四舍五入
<b>Precision[expr]</b>	查看表达式计算结果的精度
<b>IntegerPart[x]</b>	提取 x 的整数部分
<b>FractionalPart[x]</b>	提取 x 的小数部分

### 2.5 不同进制的数的转换

<b>b^^xxxx</b>	输入一个 b 进制数， $2 \leq b \leq 36$ ，并输出相应的十进制数
<b>BaseForm[x,b]</b>	十进制数 x 的 b 进制表示
<b>IntegerString[x,b]</b>	十进制数 x 的 b 进制表示，写成字符串形式
<b>FromDigits["str"]</b>	从数字字符串中构造一个整数
<b>FromDigits[list]</b>	从十进制数字列表中构造一个整数
<b>FromDigits[list,b]</b>	从 b 进制数字列表中构造一个整数
<b>IntegerDigits[x,b]</b>	十进制数 x 的 b 进制数字列表

## 3 基本运算

### 3.1 算术运算

<b>+</b> <b>-</b>	加、减	运 算 优 先 级  由 低 到 高
<b>*</b> <b>/</b>	乘、除	
<b>.</b>	矩阵乘积	
<b>^</b>	幂	
<b>+=</b> <b>-=</b> <b>*=</b> <b>/=</b>	运算后赋值	
<b>++</b> <b>--</b>	自加 1、自减 1	
<b>!   !!</b>	阶乘、双阶乘	
<b>()</b>	运算的结合	

不同类型的数参与运算，其运算结果的类型为：

- ① 如果有复数，则计算结果为复数类型；
- ② 如果没有复数，但有实数，则计算结果为实数类型；

- ③ 如果没有复数和实数，但有分数，则计算结果为有理数类型；
- ④ 如果只有整数，则计算结果为整数类型或有理数类型。

## 3.2 关系运算与逻辑运算

<code>&lt; &lt;= &gt; &gt;= == !=</code>	比较运算
<code>x1 == x2 == x3 == ...</code>	全部相等
<code>x1 != x2 != x3 != ...</code>	两两不等
<code>a &lt; b &lt; c</code>	<code>a &lt; b &amp;&amp; b &lt; c</code>
<code>&amp;&amp;    ! Xor</code>	逻辑运算

- ① 关系运算的优先级低于算术运算；逻辑运算的优先级低于关系运算；
- ② 当关系表达式成立时，取值为 True；不成立时，取值为 False；如果不能确定，则原样输出，表示取值为非真非假；
- ③ 多个比较运算符可以同时使用，如：`a < b > c` 等价于 `(a < b) && (b > c)`

## 4 变量与表达式

### 4.1 变量

- ① 变量名通常以字母开头，后面跟字母、数字、下划线，不能含空格；
- ② 变量名的长度不限；
- ③ 变量名区分大小写；
- ④ 变量名中也可以包含希腊字母或中文，如“数学”，“码头”；
- ⑤ 变量名不能以数字开头，否则将理解成数字与变量的乘积；如 `3ab` 等价于 `3*ab`
- ⑥ 用户定义变量时，建议使用小写字母，以免与系统内置函数重名；
- ⑦ 变量不必事先声明，其类型可以不断改变，取决于其所存数据的类型。

### 4.2 表达式

- ① Mathematica 中几乎所有对象都是表达式；
- ② 基本表达式有：算术表达式，关系表达式，逻辑表达式；

### 4.3 变量操作

<code>x=expr</code>	变量赋值
<code>Unset[x] 或 x=.</code>	清除变量的值
<code>Print[x1,x2,...]</code>	打印变量的值
<code>Clear[x1,x2,...]</code>	清除变量
<code>expr/.{x-&gt;a,y-&gt;b,...}</code>	变量替换（注：变量本身没有被赋值）

#### 建议：使用变量前先清除其中的内容

Mathematica 中的变量名还可以用作代数中的数学符号：在命令或程序中出现的变量名，如果该变量名所代表的变量没有被赋值，则它就作为一个数学符号参与数学公式的推导和运算；如果该变量被赋值了，则用该变量所赋的值参与对应数学公式的推导和运算。因此，如果用户在做符号运算时，所使用的符号变量已经被赋值，则会出现意想不到的错误。

## 5 字符串

字符串：用双引号括起来的字符序列。

## 5.1 字符串操作

<b>Characters[str]</b>	转化为字符列表
<b>StringJoin[str1,str2,...]</b>	字符串合并
<b>str1 &lt;&gt; str2 &lt;&gt; ...</b>	字符串合并
<b>StringLength[str]</b>	打印变量的值
<b>StringSplit[str]</b>	根据空白字符分隔字符串
<b>ToExpression[str]</b>	转化为表达式
<b>ToString[expr]</b>	将表达式转化为字符串

## 6 列表

- ① 是 Mathematica 的基本对象，可用来表示集合，数组等；
- ② 可分为标准列表和稀疏列表；
- ③ 标准列表：用大括号括起来的有限个元素，元素之间用逗号分隔；  
稀疏列表：通常由 `SparseArray` 来定义；
- ④ 列表中的元素可以是不同类型的任意 Mathematica 对象；
- ⑤ 列表可以嵌套，形成多维列表，如矩阵；
- ⑥ 当函数作用在列表上时，采用的是数组运算，即作用在每个分量上。

### 6.1 列表的生成

<b>{x1,x2,...}</b>	枚举法，直接输入
<b>Array[f,n]</b>	生成一维列表 $\{f[1], f[2], \dots, f[n]\}$
<b>Array[f,{n1,n2,...}]</b>	生成多维列表， $f$ 为函数
<b>Range[a,b,h]</b>	生成一个等差数列构成的列表： $a$ 为首项， $h$ 为公差，最后一项不超过 $b$ ； $a$ 和 $h$ 的缺省值为 1
<b>Table[expr,{n}]</b>	生成 $n$ 元列表 $\{expr, expr, \dots, expr\}$
<b>Table[expr,{i,a,b,h}]</b>	$\{expr   i \text{ 在 } Range[a,b,h] \text{ 中变化}\}$
<b>Table[expr,{i,list}]</b>	$\{expr   i \text{ 在 } list \text{ 中变化}\}$ , $expr$ 为通项公式
<b>RandomInteger[range,n]</b>	生成 $n$ 个伪随机整数列表， $range$ 表示范围
<b>RandomReal[range,n]</b>	生成 $n$ 个伪随机实数列表， $n$ 的缺省值为 1

### 6.2 列表分量

<b>list[[k]]</b>	列表 $list$ 的第 $k$ 个分量
<b>list[[-k]]</b>	倒数第 $k$ 个分量
<b>list[[i]][[j]]</b>	第 $i$ 个分量的第 $j$ 个分量（嵌套列表）
<b>list[[i,j]]</b>	第 $i$ 个分量的第 $j$ 个分量（嵌套列表）
<b>list[[{i,j,...}]]</b>	$\{list[[i]], list[[j]], \dots\}$
<b>First[list], Last[list]</b>	第一个和最后一个分量
<b>Take[list,k], Take[list,-k]</b>	前 $k$ 个和最后 $k$ 个分量
<b>Take[list,{i}]</b>	$\{list[[i]]\}$
<b>Take[list,{i,j}]</b>	$\{list[[i]], list[[i+1]], \dots, list[j]\}$
<b>Take[list,{i,j,h}]</b>	$\{list[[i]], list[[i+h]], \dots\}$ (步长为 $h$ )
<b>list[[i;;j;;h]]</b>	同上， $h$ 可以省略，缺省值为 1

### 6.3 列表修改

<b>Drop[list,{k}]</b>	删除第 k 个分量
<b>Drop[list,k]</b>	删除前 k 个分量
<b>Drop[list,-k]</b>	删除最后 k 个分量
<b>Drop[list,{i,j,h}]</b>	删除 $list[[i]], list[[i+h]], \dots$
<b>Rest[list]</b>	删除第一个分量
<b>Most[list]</b>	删除最后一个分量
<b>Delete[list,k]</b>	删除第 k 个分量
<b>Delete[list,-k]</b>	删除倒数第 k 个分量
<b>Delete[list,{i,j, ...}]</b>	删除 $list[[i,j,\dots]]$
<b>Delete[list,{{i1,j1, ...}, {i2,j2,...}, ...}]</b>	删除多个分量
<b>Insert[list,x,k]</b>	在第 k 个位置插入 x
<b>Prepend[list,x]</b>	将 x 插入到 list 的最前面
<b>PrependTo[list,x]</b>	将 x 插入到 list 的最前面，并将结果赋给 list
<b>Append[list,x]</b>	将 x 插入到 list 的最后面
<b>AppendTo[list,x]</b>	将 x 插入到 list 的最前面，并将结果赋给 list

### 6.4 表运算

<b>Sort[list]</b>	从小到大排列
<b>Sort[list,p]</b>	用排序函数 p 对元素排序
<b>Sort[list,f]</b>	排序方式根据 f 应用到每个元素的结果
<b>Ordering[list]</b>	列表 list 中元素按 Sort[list] 顺序排列的位置
<b>Ordering[list,n]</b>	列表中前 n 个元素按 Sort[list] 顺序排列的位置
<b>Ordering[list,-n]</b>	列表中后 n 个元素按 Sort[list] 顺序排列的位置
<b>Ordering[list,n,p]</b>	列表中前 n 个元素按 Sort[list,p] 排列的位置
<b>Length[list]</b>	列表 list 中元素的个数
<b>Reverse[list]</b>	将列表中的元素反过来排列
<b>Permutations[list]</b>	列表中所有元素的所有排列
<b>Permutations[list,n]</b>	列表中不超过 n 个元素的所有排列
<b>Permutations[list,{n}]</b>	列表中 n 个元素的所有排列
<b>MemberQ[list,a]</b>	判断 a 是否在列表中
<b>Subset[list]</b>	列表的所有子集
<b>Subset[list,n]</b>	列表的所有不超过 n 个元素的子集
<b>Subset[list,{n}]</b>	列表的所有含 n 个元素的子集
<b>Flatten[list]</b>	将列表压缩为一维列表
<b>Partition[a,n]</b>	将列表拆分成若干长度为 n 的子列表
<b>Partition[a,{n1,n2,,...}]</b>	将列表拆分成 $n_1 \times n_2 \times \dots$ 大小的字块
<b>Union[list1,list2,...]</b>	合并列表并排序，删除重复元素
<b>Intersection[a1,a2,...]</b>	计算交集并排序，删除重复元素
<b>Apply[Plus,list]</b>	计算列表中所有元素的和

<b>Apply[Times,list]</b>	计算列表中所有元素的乘积
<b>Total[list]</b>	计算列表中所有元素的和

## 7 矩阵

向量是一维列表，矩阵是二维列表。

### 7.1 矩阵的生成

矩阵可以通过 `Array`, `Table` 等函数生成。

<b>Array[函数名,变量取值范围]</b>	
<b>Array[f,n]</b>	生成长度为 n 的向量{f[1], f[2], ..., f[n]}
<b>Array[f,{m,n}]</b>	生成 m×n 的矩阵，元素为 f[i,j]
<b>Table[通项公式,{循环范围},...]</b>	
<b>Table[expr,{i,a,b,h}]</b>	生成向量{expr   i=a:h:b}
<b>Array[expr,{i,a1,b1,h1},{j,a2,b2,h2}]</b>	生成 m×n 的矩阵

注：Table 中的循环范围的一般表示方法为

<b>{i,a,b,h}</b>	i 从 a 到 b, 步长为 h, 最后一项不超过 b
<b>{i,a,b}</b>	步长缺省为 1
<b>{i,b}</b>	首项缺省为 1
<b>{k}</b>	重复 k 次

### 7.2 特殊矩阵

<b>IdentityMatrix[n]</b>	n 阶单位矩阵
<b>ConstantArray[c,{m,n}]</b>	常数矩阵： $a_{ij} = c$
<b>DiagonalMatrix[list]</b>	以列表 list 中的元素为对角线的对角矩阵
<b>HilbertMatrix[n]</b>	n 阶 Hilbert 矩阵
<b>HilbertMatrix[{m,n}]</b>	m×n 的 Hilbert 矩阵
<b>ToeplitzMatrix[n]</b>	n 阶 Toeplitz 矩阵： $a_{ij} =  i - j  + 1$
<b>ToeplitzMatrix[list]</b>	以 list 的元素为第一列的对称 Toeplitz 矩阵
<b>ToeplitzMatrix[list1,list2]</b>	指定第一列和第一行的 Toeplitz 矩阵
<b>HankelMatrix[n]</b>	n 阶 Hankel 矩阵： $a_{ij} = i - j + 1$
<b>HankelMatrix[list]</b>	以 list 的元素为第一列的 Hankel 矩阵
<b>HankelMatrix[list1,list2]</b>	指定第一列和最后一行的 Hankel 矩阵
<b>RotationMatrix[θ]</b>	平面逆时针旋转 $\theta$ 所对于的 2 阶矩阵
<b>RotationMatrix[θ,w]</b>	空间绕 w 逆时针旋转 $\theta$ 所对应的 3 阶矩阵

### 7.3 矩阵分量

<b>A[[i,j]]</b>	提取 $a_{ij}$
<b>A[[All,j]]</b>	提取第 j 列
<b>A[[i,All], A[[i]]]</b>	提取第 i 行
<b>Take[A,{i1,i2,...},{j1,j2,...}]</b>	提取一个子矩阵

## 7.4 矩阵运算

<b>MatrixForm[A]</b>	按矩阵形式输出 A
<b>TableForm[A]</b>	按表格形式输出 A
<b>Length[v]</b>	元素个数
<b>Dimensions[A]</b>	矩阵的维数（行数和列数）
<b>Dimensions[A,k]</b>	矩阵的前 k 重维数
<b>VectorQ[v]</b>	是否为向量
<b>MatrixQ[A]</b>	是否为矩阵

<b>A+B, Plus[A,B]</b>	矩阵或向量相加
<b>A-B, Subtract[A,B]</b>	矩阵或向量相减
<b>-A, Minus[A]</b>	负矩阵或负向量
<b>A+a, A-a</b>	矩阵（向量）每个分量都与数相加
<b>A.B</b>	矩阵普通乘积
<b>x.y, Dot[x,y]</b>	向量内积
<b>Cross[x,y]</b>	向量外积
<b>MatrixPower[A,n]</b>	矩阵的幂
<b>MatrixExp[A]</b>	矩阵的指数函数
<b>A*B, Times[A,B]</b>	对应分量相乘（数组运算）
<b>A/B, Divide[A,B]</b>	对应分量相除（数组运算）
<b>A^n, Power(A,n)</b>	对应分量的幂（数组运算）
<b>Det[A]</b>	行列式
<b>Inverse[A]</b>	矩阵的逆
<b>Transpose[A]</b>	矩阵转置
<b>ConjugateTranspose[A]</b>	共轭转置
<b>MatrixRank[A]</b>	矩阵的秩
<b>Eigenvalues[A]</b>	特征值
<b>Eigenvectors[A]</b>	特征向量
<b>Eigensystem[A]</b>	特征值和特征向量
<b>Norm[A]</b>	矩阵的 2 范数
<b>Norm[A,1], Norm[A,Infinity]</b>	1 范数和无穷范数
<b>Norm[x,p]</b>	向量的 p 范数, $p \geq 1$ , 缺省为 2 范数
<b>Tr[A]</b>	矩阵的迹
<b>LinearSolve[A,b]</b>	解线性方程组 $Ax = b$
<b>NullSpace[A]</b>	矩阵的零空间的一组基
<b>Normalize[x]</b>	向量单位化
<b>Orthogonalize[A]</b>	将矩阵 A 的行向量标准正交化
<b>LUDecomposition[A]</b>	LU 分解
<b>CholeskyDecomposition[A]</b>	Cholesky 分解
<b>HessenbergDecomposition[A]</b>	Hessenberg 化

<b>JordanDecomposition[A]</b>	Jordan 标准型
<b>QRDecomposition[A]</b>	QR 分解
<b>SchurDecomposition[A]</b>	Schur 分解
<b>SingularValueDecomposition[A]</b>	SVD 分解

## 8 函数

Mathematica 提供了超过 3000 个内置函数，具体见“帮助”→“参考资料中心”的左下角处的“函数索引”。

Mathematica 系统内置函数的函数名一般使用数学中的英文单词，只要输入相应的函数名，就可以方便地使用这些函数。内部函数既有数学中常用的函数，又有工程中用的特殊函数。用户也可以自己定义新的函数。

### Mathematica 函数命名规则

- ① 第一个字母大写，后面跟小写字母，如 `Sin[x]`, `Log[x]`
- ② 当函数名分为几段时，每一段的头一个字母大写，后面的字母用小写，如：`ArcSin[x]`
- ③ 查看某个函数的用法：`?函数名`，如 `?Sin`

### Mathematica 函数调用方式

- ① 标准方式：函数名[变量列表]，如：`Sin[Pi/3]`, `Mod[5,2]`
- ② 后缀方式：变量//函数名，如：`Pi/3//Sin`
- ③ 前缀方式：函数名@变量，如：`Sin@(Pi/3)`
- ④ 中缀方式：变量~函数名~变量，如：`5~Mod~2`

注：使用前缀方式时，函数只作用在@后面的第一个变量上，如 `Sin@Pi/3` 等价于 `Sin[Pi]/3`，正确使用方法为 `Sin@(Pi/3)`；而使用后缀方式时，函数作用在前面的所有表达式上，如 `1-Pi/3//Sin` 等价于 `Sin[1-Pi/3]`，正确使用方法为 `1-(Pi/3//Sin)`。

### 8.1 常用初等函数

<b>Abs[x]</b>	绝对值
<b>Sign[x]</b>	符号函数
<b>Power[x,y]</b>	幂函数 $x^y$
<b>Sqrt[x]</b>	平方根
<b>Exp[x]</b>	以 $e$ 为底的指数函数
<b>Log[x], Log[b,x]</b>	以 $e$ 和 $b$ 为底的对数函数
<b>Factorial[n]</b>	$n!$
<b>Factorial2[n]</b>	$n!!$
<b>GCD[n1,n2,...]</b>	最大公约数
<b>GCD[list]</b>	列表中所有数的最大公约数
<b>LCM[n1,n2,...], LCM[list]</b>	最小公倍数
<b>Max[x1,x2,...], Max[list]</b>	求最大值
<b>Min[x1,x2,...], Min[list]</b>	求最小值
<b>Re[x], Im[x]</b>	提取实部和虚部
<b>Conjugate[x]</b>	取共轭
<b>Arg[x]</b>	辐角
<b>Mod[m,n]</b>	$m$ 除以 $n$ 的余数

<b>Quotient[m,n]</b>	m 除以 n 的整数商
<b>Sin[x], Cos[x], ...</b>	三角函数
<b>ArcSin[x], ArcCos[x], ...</b>	反三角函数
<b>Sinh, Cosh, ...</b>	双曲函数
<b>ArcSinh, ArcCosh, ...</b>	反双曲函数
<b>Prime[k]</b>	第 k 个素数
<b>PrimeQ[n]</b>	判断 n 是否为素数
<b>Binomial[n,m]</b>	二项式系数 $C_n^m$

## 8.2 随机函数

<b>Random[]</b>	生成[0,1]内的一个随机实数
<b>Random[Real, a]</b>	生成[0,a]内的一个随机实数
<b>Random[Real, {a,b}]</b>	生成[a,b]内的一个随机实数
<b>Random[Integer]</b>	随机给出整数 0 或 1
<b>Random[Integer, {a,b}]</b>	生成[a,b]内的一个随机整数
<b>Random[Complex]</b>	生成一个[0,1]×[0,1]内的一个随机复数

## 8.3 自定义函数

函数名[自变量名 1\_, 自变量名 2\_, ...]:= 表达式

- ① 这里函数名与变量名的规定相同
- ② 方括号中的每个自变量名后都要有一个下划线 “\_”
- ③ 中间的“:=”为定义号
- ④ 表达式中一般都含有自变量

<b>f[x_]:=2*x-3</b>	定义一个一元函数
<b>f[x_,y_]:=Log[x/y]-Power[x,y]</b>	定义一个二元函数
<b>Clear[f]</b>	清除自定义的函数

自定义函数前，最好先清除自变量的值，否则可能会出现意想不到的错误。

注：函数与符号表达式的区别！

## 二、符号计算

### 1 多项式运算

略

### 2 代数方程求解

略

### 3 微分方程求解

略

### 4 级数运算

略

### 5 计算极限

<code>Limit[f, x-&gt;a]</code>	计算极限 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ，这里 $f$ 是符号表达式
<code>Limit[f, x-&gt;a, Direction-&gt;1]</code>	左极限
<code>Limit[f, x-&gt;a, Direction-&gt;-1]</code>	右极限

### 6 计算导数

<code>D[f, x]</code>	计算 $f'(x)$ ，这里 $f$ 是符号表达式
<code>D[f, x, y]</code>	二重偏导数 $\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} f(x)$
<code>D[f, x, y, ...]</code>	多重偏导数
<code>D[f, {x, n}]</code>	$n$ 重导数 $f^{(n)}(x)$
<code>D[f, {{x, y, ...}}]</code>	计算梯度 $\left[ \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \dots \right]$

### 7 计算积分

<code>Integrate[f, x]</code>	计算 $\int f(x) dx$ ，省略积分常数
<code>Integrate[f, x, y]</code>	二重积分 $\iint f(x, y) dy dx$ （自右向左）
<code>Integrate[f, x, y, ...]</code>	多重积分
<code>Integrate[f, {x, a, b}]</code>	定积分 $\int_a^b f(x) dx$
<code>Integrate[f, {x, a, b}, {y, c, d}, ...]</code>	多重定积分
<code>Integrate[f, {{x, y, ...}}]</code>	计算梯度 $\int_a^b f(x) dx$
<code>NIntegrate[f, {x, a, b}, {y, c, d}, ...]</code>	数值积分

### 三、作图

#### 1 二维曲线做图

##### 1.1 函数作图

已知曲线方程:  $y = f(x)$ ,  $x \in [a, b]$

<code>Plot[f,{x,a,b}]</code>	作 $f(x)$ 的图形, 绘图区间 $[a, b]$
<code>Plot[f,{x,a,b},options]</code>	带绘图选项 (后面详细介绍各选项)
<code>Plot[{f1,f2,...},{x,a,b}]</code>	同时画多个图形, 也可以带选项

常用绘图选项

<b>AspectRatio</b>	图形的高宽比, 缺省约为 6.18, 如: <code>AspectRatio-&gt;1</code>
<b>AxesLabel</b>	坐标轴标注, 缺省不加标注, 如: <code>AxesLabel-&gt;{x,f[x]}</code>
<b>PlotLabel</b>	标题, 缺省没有标题, 如: <code>PlotLabel-&gt;{y==f[x]}</code>
<b>PlotPoint</b>	作图时取的样本点个数, 缺省为 25, 如: <code>PlotPoint-&gt;50</code>
<b>PlotRange</b>	指定 $y$ 的范围
<b>AxesStyle</b>	坐标轴属性 (含标签和刻度), 如颜色, 粗细等, 可以取多个值
<b>BaseStyle</b>	指定基本样式
<b>PlotStyle</b>	图形的属性, 如颜色, 线型, 粗细等

**AxesStyle**, **BaseStyle** 和 **PlotStyle** 的取值

线型	<code>Dashed</code> , <code>Dotted</code> , <code>DotDashed</code> , <code>Dashing[{w1,w1,...}]</code>
粗细	<code>Thin</code> , <code>Thick</code> , <code>Thickness[w]</code> ( $w \in [0,1]$ , 通常小于 0.1)
颜色	<code>Red</code> , <code>Blue</code> , <code>Black</code> , <code>White</code> , <code>Green</code> , <code>Yellow</code> , <code>Gray</code> , <code>Cyan</code> , <code>Magenta</code> , <code>Brown</code> , <code>Orange</code> , <code>Pink</code> , <code>Purple</code> <code>LightRed</code> , <code>LightBlue</code> , ... <code>Transparent</code>
颜色	<code>RGBColor[r,g,b]</code> ( $r, g, b \in [0,1]$ )
字体大小	<code>FontSize-&gt;大小</code> , 如 <code>FontSize-&gt;15</code>

作图举例:

```
In[1]:= Plot[Sin[x^2]/(x+1),{x,0,2*Pi}]

In[2]:= Plot[Sin[x^2]/(x+1),{x,0,2*Pi},
             AxesLabel->{x,f[x]},AxesStyle->Thick,
             PlotLabel->y Sin[x]/(x+1),
             BaseStyle->{RGBColor[0.6,0.6,0.2],FontSize->15},
             PlotStyle->{Blue,Thick,Dashed}]
```

更多选项

<b>Filling</b>	填充, 取值可以是 <code>Axis</code> , <code>Bottom</code> , <code>Top</code> , ...
<b>Background-&gt;颜色</b>	设置背景颜色
<b>Ticks-&gt;None</b>	取消刻度
<b>Axes-&gt;None</b>	不显示坐标轴
<b>Frame-&gt;True</b>	加上边框
<b>FrameLabel</b>	边框标注

<b>WorkingPrecision</b>	画图时内部计算使用的精度
In[1]:= Plot[Sin[x^2]/(x+1),{x,0,2*Pi}, Filling→Axis,Frame→True, BaseStyle→{FontSize→15}, Background→LightRed, PlotStyle→{Blue,Thick,Dashed}]	

## 1.2 参数方程作图

已知曲线参数方程:  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $t \in [a, b]$

<b>ParametricPlot[{x,y},{t,a,b}]</b>	参数方程作图, 可带选项
<b>ParametricPlot[{{x1,y1},{x2,y2},...},{t,a,b}]</b>	同时画多个图形

```
In[1]:= ParametricPlot[{Sin[t], Sin[2*t]}, {t, 0, 2*Pi},  
BaseStyle→{FontSize→15},  
PlotStyle→{Blue,Thick,Dashed}]  
  
In[2]:= ParametricPlot[{{2*Cos[t], 2*Sin[t]}, {2*Cos[t], Sin[t]},  
{Cos[t], 2*Sin[t]}, {Cos[t], Sin[t]}},  
{t, 0, 2*Pi},  
PlotStyle→{{Blue,Thick}, {Red,Dashed},  
{Green,Dotted}, {Black, DotDashed}}]
```

## 1.3 极坐标方程作图

极坐标方程:  $r = r(\theta)$ ,  $\theta \in [\alpha, \beta]$

<b>PolarPlot[r,{θ,α,β}]</b>	极坐标方程作图, 可带选项
-----------------------------	---------------

```
In[1]:= PolarPlot[5,{t,0,2*Pi}, PlotStyle→{Blue,Thick}]  
  
In[2]:= PolarPlot[{1,1+1/24*Sin[12*t],0.5,0.5+1/24*Sin[12*t]},  
{t,0,3*Pi}]  
  
In[3]:= PolarPlot[Exp[Cos[t-Pi/2]]-2*Cos[4*(t-Pi/2)]  
+Sin[(t-Pi/2)/12]^5,{t,0,36*Pi},Axes→None]
```

## 1.4 散点作图

已知数据点:  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

<b>ListPlot[{{x1,y1},{x2,y2},...}]</b>	散点图, 可带选项
<b>ListLinePlot[{y1,y2,...}]</b>	数据点为 $(1, y_1), (2, y_2), \dots, (n, y_n)$
<b>ListPlot[list, Joined→True]</b>	画通过数据点的折线
<b>ListPolarPlot[list]</b>	在极坐标下的散点图
<b>ListLinePlot[list]</b>	带连线的散点图

常用选项

<b>PointSize[size]</b>	点的大小, 需通过 <b>PlotStyle</b> 来设置
<b>PlotMarkers→{marker,size}</b>	设置点的类型和大小, 可通过面板输入特殊字符

```
In[1]:= list=Table[{Cos[2*k*Pi/5],Sin[2*k*Pi/5]},{k,3,18,3}];  
ListLinePlot[list,AspectRatio→1,PointSize→Large]
```

```

In[2]:= ListPolarPlot[Table[t,{t,0,2*Pi,Pi/20}]]
          PolarPlot[t,{t,0,2*Pi}]
In[3]:= ListPolarPlot[{Sin[Range[0,12*Pi,Pi/20]],
                      0.8*Sin[Range[0,12*Pi,Pi/20]]},
                      Joined→True,Axes→None]

In[4]:= ListPolarPlot[{Sin[Range[0,12*Pi,Pi/20]],
                      0.8*Sin[Range[0,12*Pi,Pi/20]]},
                      PlotMarkers→{"@",12},
                      Joined→True,Axes→None]

```

## 2 三维曲线做图

### 2.1 参数方程作图

已知曲线方程:  $x = x(t), y = y(t), z = z(t), t \in [a, b]$

<code>ParametricPlot3D[{x,y,z},{t,a,b}]</code>	三维曲线作图
<code>ParametricPlot3D[{{x1,y1,z1},{x2,y2,z2},...},{t,a,b}]</code>	同时画多个图

常用绘图选项

<code>Boxed→False</code>	去除立体方框
<code>BoxRatios</code>	立体方框的比例, 缺省值为 <code>{1,1,0.4}</code>

## 3 三维曲面做图

### 3.1 函数作图

已知曲面方程:  $z = z(x, y), x \in [a, b], y \in [c, d]$

<code>Plot3D[z,{x,a,b},{y,c,d},options]</code>	三维曲面作图, 也可以同时画多个图
--	-------------------

常用绘图选项

<code>Boxed→False</code>	去除立体方框
<code>BoxRatios</code>	立体方框的比例, 缺省值为 <code>{1,1,0.4}</code>
<code>Mesh→None</code>	去除网格, 其它常用取值有 <code>All</code> , <code>Full</code>
<code>MeshStyle</code>	设置网格元素的属性, 如颜色, 透明度等
<code>RegionFunction</code>	通过函数指定绘图区域
<code>BoundaryStyle</code>	图形边界属性 (可与 <code>RegionFunction</code> 联合画两个曲面的交线)
<code>Opacity[a]</code>	设置透明度, $a \in [0,1]$

```

In[1]:= Plot3D[Sin[x+y]*Cos[x+y],{x,0,Pi},{y,0,Pi},
              Mesh→None,Boxed→False]

In[2]:= Plot3D[Sin[2*x]*Cos[3*y],{x,-3,3},{y,-2,2},
              Boxed→False,Axes→None,Mesh→False,
              PlotStyle→{Opacity[0.8]}]

In[3]:= Plot3D[{x^2+y^2,4-2*x^2-y^2},{x,-2,2},{y,-2,2},
              PlotStyle→{{Opacity[0.6],Red},{Opacity[0.6],Blue}},
              RegionFunction→Function[{x,y,z},x^2+y^2≤z≤4-2*x^2-y^2],

```

```
BoundaryStyle→{Red,Thickness[0.01]}]
(* 两个抛物面及其交线 *)
```

### 3.2 参数方程作图

已知曲面参数方程:  $x = x(u, v)$ ,  $y = y(u, v)$ ,  $z = z(u, v)$ ,  $u \in [a, b]$ ,  $v \in [c, d]$

<code>ParametricPlot3D[{x,y,z},{u,a,b},{v,c,d}]</code>	三维曲面参数方程作图
--	------------

注: 也可以同时画多个图

```
In[1]:= ParametricPlot3D[{3*Sec[u]*Cos[v],3*Sec[u]*Sin[v],
                           5*Tan[u]}, {u,-Pi/3,Pi/3}, {v,0,2*Pi},
                           Boxed→False]

In[2]:= ParametricPlot3D[{{4+(3+Cos[v])*Sin[u],
                           4+(3+Cos[v])*Cos[u],4+Sin[v]},
                           {8+(3+Cos[v])*Cos[u],3+Sin[v],
                           4+(3+Cos[v])*Sin[u]}},
                           {u,0,2*Pi},{v,0,2*Pi},Boxed→False]
```

### 3.3 球坐标作图

直角坐标与球坐标关系:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \theta = \arctan \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} = \arccos \frac{z}{r}, \quad \varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

<code>SphericalPlot3D[r,{θ,α1,β1},{φ,α2,β2}]</code>	球坐标作图
<code>SphericalPlot3D[{r1,r2,...},{θ,α1,β1},{φ,α2,β2}]</code>	同时画多个图

```
In[1]:= SphericalPlot3D[{1,2,3},{u,0,Pi},{v,0,3*Pi/2}]
```

```
In[2]:= SphericalPlot3D[v,{u,0,Pi},{v,0,2*Pi},
                      BoxRatios→{1,1,1}]
```

## 4 图形的重现与组合

<code>Show[pic]</code>	显示图形表达式
<code>Show[pic,options→values]</code>	添加选项
<code>Show[pic1,pic2,...]</code>	将多个图形放在一个绘图区域中
<code>GraphicsGrid[{{p11,p12,...},{p21,p22,...},...}]</code>	按矩阵方式显示图形

```
In[1]:= pic1=ParametricPlot3D[{3*Sec[u]*Cos[v],3*Sec[u]*Sin[v],
                             5*Tan[u]}, {u,-Pi/3,Pi/3}, {v,0,2*Pi},
                             Boxed→False]; (* 单页双曲面 *)

In[2]:= pic2=ParametricPlot3D[{2*Sin[u]*Cos[v],2*Sin[u]*Sin[v],
                             2*Cos[u]}, {u,0,Pi},{v,0,2*Pi}]; (* 球面 *)
```

```
In[3]:= Show[pic1,pic2] (* 组合两个图形 *)
```

```
In[4]:= pic=Table[Plot[Sin[x+t],{x,0,2*Pi}],{t,0,3}];
```

```
In[5]:= GraphicsGrid[{{pic[[1]],pic[[2]]},{pic[[3]],pic[[4]]}}]
```

## 5 动画

```
In[1]:= Manipulate[Plot[Sin[n*x]/(x+1),{x,0,2*Pi},  
PlotStyle→{RGBColor[(10-n)/10,n/10,0],Thickness[0.01]}],  
{n,1,20,1}]
```

## 四、程序设计

待续