

数学与国家实力

张恭庆（来源：紫光阁杂志）

- 数学既是一种文化、一种“思想的体操”，更是现代理性文化的核心。
- 马克思说：“一门科学只有当它达到了能够成功地运用数学时，才算真正发展了。”在前几次科技革命中，数学大都起到先导和支柱作用。

一、世界强国与数学强国

数学实力往往影响着国家实力，世界强国必然是数学强国。数学对于一个国家的发展至关重要，发达国家常常把保持数学领先地位作为他们的战略需求。

17-19世纪英国、法国，后来德国，都是欧洲大国，也是数学强国。17世纪英国牛顿发明了微积分，用微积分研究了许多力学、天体运动的问题，在数学上这是一场革命，由此英国曾在数学上引领了潮流。法国本来就有良好的数学文化传统，一直保持数学强国的地位。19世纪德、法争雄，在数学上的竞争也非常激烈，到了20世纪初德国哥廷根成为世界数学的中心。

俄罗斯数学从19世纪开始崛起，到了20世纪前苏联时期成为世界数学强国之一。特别是苏联于1958年成功发射了第一颗人造地球卫星，震撼了全世界。当时美国总统约翰·肯尼迪决心要在空间技术上赶超苏联。他了解到：苏联成功发射卫星的原因之一，是苏联在与此相关的数学领域处于世界的领先地位。此外，苏联重视基础科学教育（包含数学教育）也是它在基础科学研究中具有雄厚实力的一个重要原因，于是下令大力发展数学。

第二次世界大战前美国只是一个新兴国家，在数学上还落后于欧洲，但是今天他已经成为唯一的数学超级大国。战前德国纳粹排犹，大批欧洲的犹太裔数学家被迫移居美国，大大增强了美国的数学实力，为美国打胜二战、提升战后的经济实力做出了巨大贡献。苏联发射第一颗人造地球卫星后，美国加强了对数学研究和数学教育的投入，使得本来在科技界、工商界、军事部门等方面就有良好应用数学基础的美国，迅速成为一个数学强国。苏联、东欧解体后，美国又吸纳了其中大批的优秀数学家。

二、数学及其基本特征

数学是一门“研究数量关系与空间形式”（即“数”与“形”）的学科。一般地说，根据问题的来源把数学分为纯粹数学与应用数学。研究其自身提出的问题的（如哥德巴赫猜想等）是纯粹数学（又称基础数学）；研究来自现实世界中的数学问题的是应用数学。利用建立数学“模型”，使得数学研究的对象在“数”与“形”的基础之上又有扩充。各种“关系”，如“语言”“程序”“DNA排序”“选举”、“动物行为”等都能作为数学研究的对象。数学成为一门形式科学。

纯粹数学与应用数学的界限有时也并不那么明显。一方面由于纯粹数学中的许多对象，追根溯源是来自解决外部问题（如天文学、力学、物理学等）时提出来的；另一方面，为了要研究从外部世界提出的数学问题（如分子运动、

网络、动力系统、信息传输等)有时需要从更抽象、更纯粹的角度来考察才有可能解决。

数学的基本特征是:

一是高度的抽象性和严密的逻辑性。

二是应用的广泛性与描述的精确性。它是各门科学和技术的语言和工具,数学的概念、公式和理论都已渗透在其他学科的教科书和研究文献中;许许多多数学方法都已被写成软件,有的数学软件作为商品在出售,有的则被制成芯片装置在几亿台电脑以及各种先进设备之中,成为产品高科技含量的核心。

三是研究对象的多样性与内部的统一性。数学是一个“有机的”整体,它像一个庞大的、多层次的、不断生长的、无限延伸的网络。高层次的网络是由低层次网络和结点组成的,后者是各种概念、命题和定理。各层次的网络和结点之间是用严密的逻辑连接起来的。这种连接是客观事物内在逻辑的反映。

数学家,包括纯粹数学家和部分应用数学家,他们的工作就在于:建立新的结点,寻找新的连接,清理和整合众多的连接,并从客观世界吸取营养来丰富、延伸这个网络。在研究现实世界的问题当中,一旦建立的数学模型和我们已有的结点或者低层次的网络相关,所有建立起来的连接都可能发挥作用,为我们提供解决问题的思路、理论和方法。

在现代社会,人们的生活愈来愈离不开数学,我们天天享受着数学的服务,但许多人可能根本不知道!这种例子俯拾皆是。人人都用手机,但并不是人人都知道其中许多关键技术是数学提供的。

三、数学与当代科学技术

(一)数学与科学革命和技术革命

第一次科学革命的标志是近代自然科学体系的形成。是以哥白尼的“日心说”为代表,后经开普勒、伽利略,特别是牛顿等一大批科学家的推动完成的。牛顿为了研究动力学,发明了微积分。他的著作《自然哲学的数学原理》影响遍布经典自然科学的所有领域。

被称为19世纪自然科学三大发现的能量守恒与转化定律、细胞学说和进化论是第二次科学革命的主要内容。

19世纪末到20世纪初,X射线、电子、天然放射性、DNA双螺旋结构等的发现,使人类对物质结构的认识由宏观进入微观,相对论和量子力学的诞生使物理学理论和整个自然科学体系以及自然观、世界观都发生了重大变革,成为第三次科学革命。在这次革命中,数学起了很大作用。建立相对论需要黎曼几何,爱因斯坦本人就承认,是几何学家走到前头去了,他不过学了几何学家的东西,才发明了相对论。在量子力学中用到的概率、算子、特征值、群论等基本概念和结论都是数学上预先准备好了的,所以数学对第三次科学革命起到了推动作用。

第一次技术革命是蒸汽机和机械的革命。

第二次技术革命是电气和运输的革命。虽然我们很难说出其中哪一项发明直接来自数学,但19世纪和20世纪数学家们发展了常微分方程、偏微分方程、变分学和函数论等数学分支,并把它们用于研究力学—包括流体力学和弹性力学、热学、电磁学等中的物理问题和工程问题,推动了这些学科的发展。

此外还值得一提的是：电磁波的发现是麦克斯韦先从数学推导中预见，然后由赫兹用实验验证的。

第三次技术革命以原子能技术、航天技术、电子计算机的应用为代表。电子计算机从设想、理论设计、研制一直到程序存储等过程，数学家在其中起决定性的主导作用。从理论上哥德尔创建了可计算理论和递归理论，图灵第一个设计出通用数字计算机，他们都是数学家。冯·诺依曼是第一台电子计算机的研制、程序和存储的创建人，维纳和香农分别是控制论和信息论的创始人，他们也都是数学家。

由此可见，数学差不多在历次科技革命中，都起过先导和支柱的作用。

（二）数学与自然科学

任何一门成熟的科学都需要用数学语言来描述，在数学模型的框架下来表达它们思想和方法。当代数学不仅继续和传统的邻近学科保持紧密的联系，而且和一些过去不太紧密的领域的关联也得到发展，形成了数学化学、生物数学、数学地质学、数学心理学等众多交叉学科。

数学在模拟智能和机器学习中也起了很重要的作用，包括：环境感知、计算机视觉、模式识别与理解以及知识推理等。

（三）数学与社会科学

数学在社会科学，如经济学、语言学、系统科学、管理科学中占居重要位置。现代经济理论的研究以数学为基本工具。通过建立数学模型和数学上的推演，来探求宏观经济和微观经济的规律。从1969年到2001年间，50名诺贝尔经济学奖得主中，有27人其主要贡献是运用数学方法解决经济问题。

数学与金融科学的交叉—金融数学是当代十分活跃的研究领域。冯·诺依曼与摩根斯登的“对策论与经济行为”使“决策”成为一门科学。

控制理论与运筹学，特别是线性规划、非线性规划、最优控制、组合优化等在交通运输、商业管理、政府决策等许多方面得到广泛的应用。

在工业管理方面，统计质量管理起很大的作用。在运用数学理论之前，质量管理是通过事后检验把关来完成的，难以管控，而且成本也很高。根据概率分布的原理，可以将数理统计的方法应用到质量管理当中去，产生了统计质量管理的理论和方法。

（四）数学与数据科学

人们利用观察和试验手段获取数据，利用数据分析方法探索科学规律。数理统计学是一门研究如何有效地收集、分析数据的学科，它以概率论等数学理论为基础，是“定量分析”的关键学科，其理论与方法是当今自然科学、工程技术和人文社会科学等领域研究的重要手段之一。

为了处理网络上的大量数据，挖掘、提取有用的知识，需要发展“数据科学”。近年来大家都从媒体上知道掌握“大数据”的重要性。美国启动了“大数据研究与发展计划”，欧盟实施了“开放数据战略”，举办了“欧盟数据论坛和大数据论坛”。大数据事实上已成为信息主权的一种表现形式，将成为继边防、海防、空防之后大国博弈的另一个空间。此外，大数据创业将成就新的经济增长点（电子商务—产品和个性化服务的大量定制成为可能，疾病诊断、推荐治疗措施，识别潜在罪犯等）。所以“大数据”已经成为各国政府管理人员、科技界和媒体十分关注的一个关键词。

“大数据”的核心是将数学算法运用到海量数据上，预测事情发生的可能性。人们普遍认识到研究大数据的基础是：数学、计算机科学和统计科学。

（五）数学与技术科学

马克思说过：“一门科学只有当它达到了能够成功地运用数学时，才算真正发展了。”今天的技术科学如信息、航天、医药、材料、能源、生物、环境等都成功地运用了数学。

信息科学与数学的关系最为密切。信息安全、信息传输、计算机视觉、计算机听觉、图象处理、网络搜索、商业广告、反恐侦破、遥测遥感等都大量地运用了数学技术。

高性能科学计算被认为是最重要的科学技术进步之一，也是 21 世纪发展和保持核心竞争力的必需科技手段。例如核武器、流体、星系演化、新材料、大工程等的计算机模拟都要求高性能的科学计算。但有了最快的计算机并不等于高性能科学计算就达到了国际先进水平。应用好高性能计算机解决科学问题，基础算法与可计算建模是关键。相对于计算机硬件，我国在基础算法与可计算建模研究方面的投入不足，不利于我国高性能计算机的持续发展。

药物分子设计已经成为发现新药的主要方向。其中计算机辅助设计扮演着不可替代的角色。用计算的方法从小分子库中搜索发现各种与酶可能的结合对象来筛选药物，或者采用基于受体结构的特征，以及受体和药物分子之间的相互作用方式来进行药物设计，已成为当前耗费计算资源最多的领域之一。

●我们不能要求决策者本人一定要懂得很多数学，但至少要经常想想工作中有没有数学问题需要请数学家来咨询。

●因为数学是科技创新的一种资源，是一种普遍适用的并赋予人以能力的技术。

四、数学与国防

在二战中，数学家对于盟军取胜起到了什么作用？

冯·诺依曼是 20 世纪一位顶级数学家，也是第一台电子计算机程序和存储的研制构思者。他对美国原子弹的制造做了两大贡献：一是帮助洛斯阿拉莫斯找到了数学化的途径。“数学化”是指用快速计算机去模拟计算原子弹的爆炸过程和爆炸威力。二是研究爆聚炸弹，就是把一些炸弹、原子弹捆绑起来发出更大的威力。

乌拉姆是波兰数学家，他从欧洲逃到美国后参加了曼哈顿计划。为了模拟核实验，他发明了蒙特卡罗计算方法。前苏联大数学家柯尔莫哥洛夫在二战中提出了平稳随机过程理论。美国数学家维纳提出了滤波理论，这些理论对于排除噪音的干扰，处理雷达所得的信息发挥了作用。

英国数学家图灵是设计出通用数字计算机的第一人。二战中，他与一些优秀数学家一起，最终破译了德军所用的密码体制 Enigma。美国的密码分析学家也于 1940 年破译了日本的“紫密”密码。1942 年日本突袭中途岛海战失败，一个重要原因是美国破译了日本攻击中途岛的情报；1943 年 4 月，利用所破译的情报，美国打下了山本五十六的座机，成为密码史上精彩的一页。

在现代化战争中，数学的作用更为突出。在武器方面有核武器、远程巡航导弹等先进武器的较量。在信息方面有保密、解密、干扰、反干扰的较量。对

策方面有战略、策略、武器配制等方面的较量。每一项都和数学有紧密的关系。

核反应过程是在高温高压下进行的，核爆炸的巨大能量在微秒量级的时间内释放出来，很难在核试验中测量出核爆炸内部的细微过程，只能得到一些综合效应的数据。但通过核反应过程的数学模型，进行数值计算却可以给出爆炸过程中各个细节的图像、定量的数据以及各种因素与机制的相互作用。在参加全面禁止核试验条约后，通过数值计算模拟核试验就更重要了。

在巡航导弹方面，《解放军报》在一篇《数学的威力》报道中写道：“一个方程将卫星图像质量提高 30%，一个公式改变了一个部队的知情模式。”

信息的“加密”与“解密”是一种对抗，正如人们所说“魔高一尺，道高一丈”。而这种对抗力量的表现全在所依靠的数学理论之上。例如，公开密钥算法大多基于计算复杂度很高的难题，要想求解，需要在高速计算机上耗费许多时日才能得到答案。这些方法通常来自于数论。例如，RSA 源于整数因子分解问题，DSA 源于离散对数问题，而近年发展快速的椭圆曲线密码学则基于与椭圆曲线相关的数学问题。自从费曼提出量子计算机以来，人们希望设计出一种计算机，它能实现现在冯·诺依曼计算机上不能实现的算法。如果一旦能把某种类型的计算速度大大增加，那么破解现有的密码就有可能。1994 年数学家 Shor 已经对假想的量子计算机，提出了一种大合数的因子分解方法，其复杂度大大降低，使得在量子计算机上有可能破解许多现有的密码。

从大的战役指挥，到小的作战方案，都需要了解敌我双方的实力，运筹帷幄，不打无准备之仗。这都需要进行定量化分析，建立模型，形成随机应变的作战指挥系统。其中概率统计、运筹学等数学分支发挥着重要作用。

五、数学与国民经济

数学与国民经济中的很多领域休戚相关。互联网、计算机软件、高清晰电视、手机、手提电脑、游戏机、动画、指纹扫描仪、汉字印刷、监测器等在国民经济中占有相当大的比重，成为世界经济的重要支柱产业。其中互联网、计算机核心算法、图像处理、语音识别、云计算、人工智能、3G 等 IT 业主要研发领域都是以数学为基础的。所以信息产业可能是雇用数学家最多的产业之一。这里用到许多不同程度的数学工具，有的还有相当的深度，包括：编码、小波分析、图像处理、优化技术、随机分析、统计方法、数值方法、组合数学、图论等等。

上世纪 70 年代之后，计算机技术和计算流体力学的发展使数值模拟在大型客机的研制中发挥了巨大作用，计算流体力学与风洞试验、试飞一起并列成为获得气动数据的三种手段。

传统的大型工程，如水坝的设计需要对坝体和水工结构作静、动应力学分析。数学中的有限元方法是最基本的计算方法。

在石油勘探与开采中都大量运用数学方法，涉及到数字滤波、偏微分方程的理论和计算以及反问题等。

数学模拟在化学工业中也起很大的作用。被称为现代化工之父的美国人埃莫森，把有些化工实验在“小试”阶段之后，通过成熟的数学建模手段取代“中试”，直接进入“大试”，缩短了实验周期，节省了经费。

现代医疗诊断中常用的 CT 扫描技术，其原理是数学上的拉东变换。CT 螺旋式的运动路线记录 X 光断层的信息。计算机将所有的扫描信息按数学原理进行整合，形成一个详细的人体影像。在更先进的生物光学成像技术的研究中也吸引了不少数学家的参与。

药物检验一要评估一种新药能否上市，需要经过新药疗效测试，这就要科学地设计试验，以排除各种随机性的干扰，真正评估出药物的效果和毒性。为此，人们设计出了双盲试验等试验手段。国外流行的 SAS 软件，是药物检验的必经之径。发达国家制药公司聘用大批拥有数理统计学位的雇员从事药检工作。

国际金融市场用“金融高技术”运作。“金融数学”是利用数学工具来研究金融，进行数学建模、理论分析、数值计算等定量分析的一种金融高技术。它是数学和计算技术在金融领域的应用。华尔街和一些发达国家大银行、证券公司高薪雇用大批高智商的数学、物理博士从事资本资产定价、套利、风险评估、期货定价等方面的工作。

发达国家的保险业中早已使用“精算”为金融决策提供依据。精算学是一门运用概率、统计等数学理论和多种金融工具，研究如何处理保险业及其他金融行业中各种风险问题的定量方法和技术的学科，是现代保险业、金融投资业和社会保障事业发展的理论基础。

灾害预测与风险评估关乎国计民生。数值模拟是大气科学、地震预测等实验性科学中的重要实验手段。而要提高预测的准确性必须缩小计算网格（提高分辨率）、复杂化物理过程，这些都导致计算量呈几何级数增加，解决的途径不仅要加大计算机、加快计算机的速度，还要改进数学方法。

有关的研究表明，我们国家计算机软件工业相对落后，并不是因为我们缺少一般的程序人员，而是缺乏有较高数学修养的高水平的程序开发人员。与此相对照的是，比如贝尔实验室、朗讯、IBM、微软、谷歌、雅虎这类 IT 行业领袖，不但大量地招聘数学专业的博士、硕士到公司工作，而且还专门设有相当规模的数学研究部门，支持数学家开展纯粹数学理论研究，以确保长期的核心竞争力。IBM 公司还为本公司五万名咨询人员建立了数学学历档案，以便能够针对每项工作任务，指派最合适的团队人员。

六、数学与文化教育

（一）数学是一种文化

数学作为现代理性文化的核心，提供了一种思维方式。这种思维方式包括：抽象化、运用符号、建立模型、逻辑分析、推理、计算，不断地改进、推广，更深入地洞察内在的联系，在更大范围内进行概括，建立更为一般的统一理论等一整套严谨的、行之有效的科学方法。按照这种思维方式，数学使得各门学科的理论知识更加系统化、逻辑化。

作为一种文化，它的特点在于：

一追求一种完全确定的、完全可靠的知识。在数学上是非分明，没有模棱两可。即使对于“偶然”发生的随机现象，对于“不确定”的事件，也要提出精确的概念和研究方法，确切回答某个事件发生的概率是多少，在什么确切的范围以内等等。

—追求更深层次的、更为简单的、超出人类感官的基本规律。数学家们是把原始的来自实际的问题，经过了层层抽象，在抽象的、仍然是客观事物真实反映的更深层次上来考察、研究其内在规律。

—它不仅研究宇宙的规律，而且也研究它自己。特别是研究自身的局限性，并在不断否定自身中达到新的高度。由此可见，数学文化是一种非常实事求是的文化，它体现了一种真正的探索精神，一种毫不保守的创新精神。

（二）数学教育的重要性

在知识社会，数学对于国民素质的影响至关重要。1984年美国国家研究委员会在《进一步繁荣美国数学》中提出：“在现今这个技术发达的社会里，扫除‘数学盲’的任务已经替代了昔日扫除文盲的任务，而成为当今教育的主要目标”。1993年美国国家研究委员会又发表了《人人关心数学教育的未来》的报告，提出：“除了经济以外，对数学无知的社会和政治后果给每个民主政治的生存提出了惊恐的信号。因为数学掌握着我们的基于信息的社会领导能力的关键。”当年读了这后一段话，很不理解，发生“棱镜事件”之后才恍然大悟。

在我国有没有扫除“数学盲”的必要？答案是肯定的。

普及数学知识。信息社会对于公民的逻辑能力要求明显提高。中、小学数学教育最主要的目的之一，应当在于提高学生的逻辑能力。因此数学作为一种“思想的体操”，应该是中、小学义务教育最重要的组成部分。此外，多举办各种科学普及讲座，向公众普及数学知识，介绍数学在各个领域中的应用也是必要的。

数学开阔人的视野，增添人的智慧。一个人是否受过这种文化熏陶，在观察世界、思考问题时会有很大差别。数学修养不但对于一般科学工作者很重要，就是有了数学修养的经营者、决策者，在面临市场有多种可能的结果，技术路线有多种不同选择时，也有可能减少失误。亿万富翁詹姆斯·赛蒙斯就是一个最好的例证。在进入华尔街之前，赛蒙斯是个优秀的数学家，进入华尔街之后，他和巴菲特的“价值投资”理念不同，赛蒙斯依靠数学模型和电脑管理旗下的巨额基金，用数学模型捕捉市场机会，由电脑做出交易决策。他称自己为“模型先生”，认为建立好的数学模型可以有效地降低风险。

发达国家在大型公共设施建设，管道、网线铺设以及航班时刻表的编排等方面，早已普遍应用运筹学的理论和方法，既省钱、省力又提高效率。可惜，运筹学的应用在我国还不普遍。其实我们不能要求决策者本人一定要懂得很多数学，但至少要经常想想工作中有没有数学问题需要请数学家来咨询。

加强和改善高等数学教育，培养创新人才。在1988年召开的国际数学教育大会上，美国数学教育家在“面向新世纪的数学的报告”中指出，“对于中学后数学教育，最重要的任务是使数学成为一门对于怀着各种各样不同兴趣的学生都有吸引力的学科，要使大学数学对于众多不同的前程都是一种必要的不可少的预备”。对于我们来说，就是改革“高等数学课”，使得它对于非数学专业的学生都有吸引力，而且也使他们学到的内容能在今后工作中发挥作用。因为数学是科技创新的一种资源，是一种普遍适用的并赋予人以能力的技术，改善高等数学教育，提高大学生的数学水平，定将促进这种资源的开发和科技的创新。

壮大应用数学队伍，重视纯粹数学的研究和人才。今天，数学几乎已经深入到我们能想到的一切方面。这么多有用处的数学，表面上看都属于应用数

学，然而，纯粹数学与应用数学的关系如同一座冰山，浮在水面上的是应用数学，而埋在水下的是纯粹数学。没有埋于水下的深厚积累，这些“应用”是建立不起来的。数学是一个有机的整体，许多深刻的纯粹数学理论把看似毫不相关的概念和结论链接了起来，为研究现实世界中的问题提供强有力的思想和方法。无数事例证明：许多当时看不到有任何应用前景的纯粹数学理论，后来在现实世界应用中发挥了巨大作用。例如：数论与现代密码学，调和分析与模式识别，几何分析与图像处理，随机分析与金融等等不胜枚举。

人们认为：下一次科技革命将以人类三种新的“生存形式”为重要标志，即网络人（生活在网络空间的虚拟人）、仿生人（高仿真智能人）和再生人（具有自然人特征的“复制人”）。预计这次科技革命大约将在 2020-2050 年到来。回顾前几次科技革命，数学大都起到了先导和支柱的作用。因此有理由相信：数学必将成为下一次科技革命最重要的推动力之一。我们要以早日实现中国梦的强烈责任感和紧迫感，加速建设数学强国，为在下次科技革命中赢得主动、抢占先机，奠定坚实基础，提供强大动力！

（作者为北京大学数学科学学院教授、中国科学院院士、第三世界科学院院士）