

“应用偏微分方程”课程介绍

袁海荣*

2008年5月

本课程是面向数学系本科四年级和研究生低年级同学的选修课，目的是向大家介绍目前在应用科学和数学理论研究中一些重要的非线性偏微分方程的来历及其基本性质，以求开拓同学们的视野，帮助大家领略非线性偏微分方程学科的一些基本特点，为大家今后继续学习偏微分方程等学科及开展科学研究提供一定的背景材料和帮助。

非线性偏微分方程是现代数学的主流分支之一。由于非线性偏微分方程所具有的复杂性，目前没有（恐怕将来也不会有）一个统一的理论。该学科的基本特点是，研究那些来自于数学其它学科（如微分几何）、力学、物理学或经济学等应用学科的非线性偏微分方程，通过对其各种典型边值问题适定性等性质的研究，帮助人们开展有效的数值计算和模拟，以求理解和预测相关现象及其机制。在对这些来源于实践的特殊偏微分方程有了较细致的理解之后，人们再通过抽象和综合建立某一类偏微分方程的一般数学理论。因此，偏微分方程学科具有强烈的应用数学特性，对某些有重要背景的典型非线性偏微分方程的了解是学习和研究偏微分方程的必备要求。同时，解决许多实际应用问题也离不开建立偏微分方程模型并对其开展数值计算和理论分析。

我们计划在 2008-2009 第一学期的这门课程中和同学们研讨如下三类重要的非线性偏微分方程（组）。这些内容对大家今后学习偏微分方程，数学建模，微分方程数值计算，现代微分几何等都会有所助益。

一：流体力学方程组与冲击波

- (1) 由非线性引起的冲击波的物理现象。
- (2) 流体运动的物理规律及通过守恒律建立流体力学方程组。
- (3) 分析（简化的）流体力学方程组以理解冲击波的生成和运动规律。
- (4) 双曲型守恒律方程组的理论入门和某些公开问题。

二：可积的非线性偏微分方程与孤立子

- (1) 非线性效应与色散效应的微妙平衡：物理中的孤立波
- (2) KdV 方程等偏微分方程模型的建立。
- (3) 求解可积的非线性偏微分方程特解的一些方法。

三：Ginzburg-Landau 方程与超导和液晶的数学理论入门

* 地址：华东师范大学数学系

电子信箱：hairongyuan0110@gmail.com

- (1) 低温超导现象和相变: 量子力学效应.
- (2) 通过变分方法建立 Ginzburg-Landau 方程.
- (3) 分析 Ginzburg-Landau 方程来解释简单的超导现象.
- (4) 液晶相的物理现象.
- (5) 液晶的偏微分方程模型及其简单分析.

这门课程计划为 48 学时. 希望同学们学习过“数理方程”课程. 教学材料将由任课教师提供. 其中第一章第二章将基于 [1, 2] 中相关章节展开教学, 而第三章内容将基于任课教师准备的讲义. 我们将采取多媒体与传统板书相结合的教学方式, 力图通过利用视频和图片资料使大家对物理现象有直观感性的认识, 并通过严格的数学推理理解这些现象的本质, 及其发生和发展的基本规律.

参 考 文 献

- [1] 谷超豪, 李大潜, 沈维熙: 应用偏微分方程. 高等教育出版社, 北京, 1993.
- [2] 李大潜, 秦铁虎: 物理学与偏微分方程, 上册, 第二版. 等教育出版社, 北京, 2005.