

## 第五章习题

一、确定下列论证的前提和结论：

1、我的粥都没有了 (p)，一定有人吃了它 (q)。(前提：p 结论：q)

解答：由事实 (前提) p 推断 (结论) q。

2、这不可能是堪萨斯 (p)，所有的事物都是有颜色的 (q)。(前提：q 结论：p)

解答：由事实 (前提) q 推断 (结论) p。

3、雪是白的，该物是黄的 (p)，所以该物一定不是雪 (q)。(前提：p 结论：q)

4、周一、周三和周五我们都有课 (p)，今天是周一 (q)，所以我们一定有课 (r)。(前提：p 和 q 结论：r)

5、你的车从不换油 (p)，也从不检查冷却剂 (q)，这样，你的发动机不久就会出毛病 (r)。(前提：p 和 q 结论：r)

二、确定下列语段是论证还是说明。如果是论证，哪些是前提？哪些是结论？

1、他今天没有来上课 (p)。一定是因为病了 (q)。(论证 说明 前提：p 结论：q)

解答：由事实 (前提) p 推断 (结论) q。是否病，不确定。论证。“一定”是一种推断的含义。

2、许多人最近迷恋超自然的神秘异教 (p)。这一定是因为他们对传统宗教的失望 (q)。(论证 说明 前提：p 结论：q)

解答：由事实 (结果作为前提) p 推断原因 (结论) q。原因“他们对传统宗教的失望”的是否不确定。论证。类似于医生由症状论证病因。

3、家用计算机的价格近年来不可思议地大幅下降 (p)。我相信这是因为微晶片的生产成本已经直线下降 (q)。(论证 说明 前提： 结论： )

解答：“家用计算机的价格近年来不可思议地大幅下降”和“微晶片的生产成本已经直线下降”都是已知的事实。说话人是在说明二者有因果关系。

4、我不带眼镜阅读就头疼 (p)。眼睛疲劳一定是我头疼的原因 (q)。

解答：头疼的原因是未知的。透过现象推断其原因。

(论证 说明 前提：p 结论：q)

三、判断下面论证有效还是无效。

1、如果林肯在一起汽车事故中被杀害，则林肯死了。林肯在一起汽车事故中被杀害。因此，林肯死了。（有效，充分条件命题，肯定前件，则肯定后件）

2、如果林肯在一起汽车事故中被杀害，则林肯死了。林肯没有死。因此，林肯没有在一起汽车事故中被杀害。（有效，充分条件命题，否定后件，则否定前件）

3、所有鸟都是动物。所有树都不是鸟。所以，所有树都不是动物。（无效）

证明：反例法。所有犬都是动物。所有猫都不是犬。所以，所有猫不是动物。前提正确，但结论错误。论证无效。

4、阿尔文喜欢简，简喜欢克里斯。因此，阿尔文喜欢克里斯。（无效）

证明：反例法。设定情景：甲爱恋女生乙，女生乙爱恋丙，甲和丙是情敌。在此情景下，具有相同论证形式的一个论证为：甲喜欢乙，乙喜欢丙。因此，甲喜欢丙。前提正确，但结论错误。论证无效。

5、可能麦格罗将赢得下届总统选举。可能兰伯特将赢得下届总统选举。所以，可能麦格罗和兰伯特都将赢得下届总统选举。（无效）

四、下面论证那些是可靠的？那些不可靠？为什么？

1、所有猫是哺乳动物。所有哺乳动物都是动物。因此，所有猫是动物。

解答：论证可靠。论证有效，前提正确。

2、“宴会开始！”或者是一个语句或者一个陈述。“宴会开始！”是一个语句。因此，“宴会开始！”不是一个陈述。

解答：论证不可靠。论证无效（析取命题，肯定其中一个不一定能否定另一个）。

3、如果泰姬陵在肯塔基，那么泰姬陵在美国。但泰姬陵不在美国。因此泰姬陵不在肯塔基。

解答：论证可靠。论证有效（充分条件命题，否定后件可以肯定前件）。前提正确。

4、所有哺乳动物都是猫。所有猫都是动物。因此，所有哺乳动物都是动物。

解答：不可靠。论证有效，但前提“所有哺乳动物都是猫”不正确。

5、莎士比亚写了“哈姆雷特”。托尔斯泰就是莎士比亚。由此可以推出，托尔斯泰写了“哈姆雷特”。

解答：不可靠。论证有效，但前提“托尔斯泰就是莎士比亚”不正确。

五、用反例证明下列论证是无效的。

1、所有真正的美国人都不是间谍。有些俄勒冈人不是间谍。所以，有些俄勒冈人是真正的美国人。（A：真正的美国人；B：俄勒冈人；C：间谍）

解答：论证形式为：

所有 A 都不是 C。

有些 B 不是 C。

所以，有些 B 是 A。

反例：设 A 是犬，B 是猫，C 是波斯猫。对应论证为：

所有犬都不是波斯猫。

有些猫不是波斯猫。

所以，有些猫是犬。

前提正确，结论错误，论证必无效。

2、所有石头都是没有感觉的。有些哺乳动物是有感觉的。因此，所有哺乳动物都不是石头。（A：石头；B：哺乳动物；C：感觉）

解答：论证形式为：

所有 A 都是没有 C 的。

有些 B 是有 C 的。

因此，所有 B 都不是 A。

反例：设 A 是犬，B 是动物，C 是翅膀。对应论证为：

所有犬都是没有翅膀的。

有些动物是有翅膀的。

因此，所有动物都不是犬。

前提正确，结论错误，论证必无效。

3、有些聪明人是极端不道德的人。所有极端不道德的人都是不幸福的。所以，有些不幸福的人不是聪明人。（A：聪明人；B：极端不道德的人；C：不幸福的人）

解答：有些 A 是 B。

所有 B 是 C。

因此，有些 C 不是 A。

反例：设 A 是动物，B 是宠物犬，C 是犬。对应论证为：

有些动物是宠物犬。

所有宠物犬是犬。

因此，有些犬不是动物。

前提正确，结论错误，论证必无效。

4、每一曲摇滚乐都是酷的。所有愚人乐都不是摇滚乐。因此，所有愚人乐都不是酷的。（A: 摇滚乐; B: 愚人乐; C: 酷的）

解答： 所有 A 都是 C。

所有 B 都不是 A。

因此，所有 B 都不是 C。

反例： 设 A 是犬， B 是猫， C 是动物。 对应论证为：

所有犬都是动物。

所有猫都不是犬。

因此，所有猫都不是动物。

前提正确，结论错误，论证必无效。

六、判断下列论证形式是否有效。

1、  $p \rightarrow q \vee (r \wedge s)$ ,  $p \vee \neg s$ ,  $q \vee \neg r$ .  $\therefore \neg p \vee q$ .

解答： 运用等值演算法

$$\begin{aligned} & (p \rightarrow q \vee (r \wedge s)) \wedge (p \vee \neg s) \wedge (q \vee \neg r) \rightarrow (\neg p \vee q) \\ \Leftrightarrow & \neg((\neg p \vee q \vee (r \wedge s)) \wedge (p \vee \neg s) \wedge (q \vee \neg r)) \vee \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & (p \wedge \neg q \wedge (\neg r \vee \neg s)) \vee (\neg p \wedge s) \vee (\neg q \wedge r) \vee \neg p \vee q \\ \Leftrightarrow & \neg r \vee \neg s \vee \neg p \vee q \vee (\neg p \wedge s) \vee r \\ \Leftrightarrow & \neg s \vee \neg p \vee q \vee (\neg p \wedge s) \vee 1 \\ \Leftrightarrow & 1 \end{aligned}$$

答： 重言式。论证有效。

2、  $p \vee (q \rightarrow (\neg r \leftrightarrow s))$ ,  $\neg p \rightarrow \neg s$ ,  $(p \wedge \neg s) \rightarrow r$ .  $\therefore \neg p \rightarrow q$ .

解答： 作不完全真值表。令  $(p \vee (q \rightarrow (\neg r \leftrightarrow s))) \wedge (\neg p \rightarrow \neg s) \wedge ((p \wedge \neg s) \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$  取假值，则  $\neg p \rightarrow q$  取值 0 并且  $(p \vee (q \rightarrow (\neg r \leftrightarrow s))) \wedge (\neg p \rightarrow \neg s) \wedge ((p \wedge \neg s) \rightarrow r)$  取值为 1。由  $\neg p \rightarrow q$  取值 0 得：  $p=0$  和  $q=0$ 。

p	q	r	s	$(p \vee (q \rightarrow (\neg r \leftrightarrow s))) \wedge (\neg p \rightarrow \neg s) \wedge ((p \wedge \neg s) \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$ .
0	0	1	0	0 T 0 T 1 0 T 0 T 0 T 0 F 0 T 1 F 0 F 0

存在成假赋值 0010。  $(p \vee (q \rightarrow (\neg r \leftrightarrow s))) \wedge (\neg p \rightarrow \neg s) \wedge ((p \wedge \neg s) \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$  不是重言式。从而，论证无效。

3、  $p \leftrightarrow (r \rightarrow \neg q)$ ,  $\neg p \rightarrow r$ .  $\therefore \neg q \rightarrow p$ .

解答：等值演算法

$$\begin{aligned} & (p \leftrightarrow (r \rightarrow \neg q)) \wedge (\neg p \rightarrow r) \rightarrow (\neg q \rightarrow p) \\ \Leftrightarrow & \neg((p \leftrightarrow (\neg r \vee \neg q)) \wedge (p \vee r)) \vee q \vee p \\ \Leftrightarrow & \neg(p \leftrightarrow (\neg r \vee \neg q)) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee q \vee p \\ \Leftrightarrow & (p \oplus (\neg r \vee \neg q)) \vee \neg r \vee q \vee p \\ \Leftrightarrow & (p \wedge \neg(\neg r \vee \neg q)) \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee \neg q)) \vee \neg r \vee q \vee p \\ \Leftrightarrow & (p \wedge \neg(\neg r \vee \neg q)) \vee \neg r \vee \neg q \vee q \vee p \\ \Leftrightarrow & (p \wedge \neg(\neg r \vee \neg q)) \vee \neg r \vee 1 \vee p \\ \Leftrightarrow & 1 \end{aligned}$$

$(p \leftrightarrow (r \rightarrow \neg q)) \wedge (\neg p \rightarrow r) \rightarrow (\neg q \rightarrow p)$  是重言式，论证有效。

七、将下列论证形式化并用真值表判定是否有效

1、如果丹麦拒绝加入欧洲共同体，那么若爱沙尼亚依然处于俄罗斯势力范围内，则芬兰将不接受自由贸易政策。爱沙尼亚依然处于俄罗斯势力范围。因此，如果丹麦拒绝加入欧洲共同体，则那么芬兰将不接受自由贸易政策。

解答：设简单命题

A: 丹麦拒绝加入欧洲共同体; B: 爱沙尼亚依然处于俄罗斯势力范围内;

C: 芬兰将不接受自由贸易政策。

上述论证的推理形式为:

$A \rightarrow (B \rightarrow C)$ ; B;  $\therefore A \rightarrow C$ .

作真值表:

A	B	C	$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \wedge B$	$A \rightarrow C$	$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \wedge B \rightarrow (A \rightarrow C)$
0	0	0	1 1 0	1	1
0	0	1	1 1 0	1	1
0	1	0	1 0 0	1	1
0	1	1	1 1 1	1	1
1	0	0	1 1 0	0	1
1	0	1	1 1 0	1	1

1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \wedge B \rightarrow (A \rightarrow C)$  是重言式，论证有效。

2、如果人是完全理性的，那么人所有的行为是可被提前预测的或者宇宙基本上是决定论的。并非人的所有行为都是可被提前预测的。因此，如果宇宙不是基本上决定论的，那么人不是完全理性的。

解答：设简单命题

A: 人是完全理性的； B: 人所有的行为是可被提前预测；

C: 宇宙基本上是决定论的。

上述论证的推理形式为：

$A \rightarrow (B \vee C)$  ;  $\neg B$ ;  $\therefore \neg C \rightarrow \neg A$ .

作真值表：

A	B	C	$(A \rightarrow (B \vee C)) \wedge \neg B$	$\neg C \rightarrow \neg A$	$(A \rightarrow (B \vee C)) \wedge B \rightarrow \neg C \rightarrow \neg A$
0	0	0	1 0 1	1	1
0	0	1	1 1 1	1	1
0	1	0	1 1 0	1	1
0	1	1	1 1 1	1	1
1	0	0	0 0 0	0	1
1	0	1	1 1 1	1	1
1	1	0	1 1 0	0	1
1	1	1	1 1 0	1	1

$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \wedge B \rightarrow \neg C \rightarrow \neg A$  是重言式，论证有效。

## 第六章习题

一、中央作出新一轮支援新疆的战略部署后，某单位很快组成由党办、人事处、业务处参加的推荐小组，确定了援疆干部人选，这三部门的推荐意见分别是：

党办：从甲乙丙三人中选派出一至两人

人事处：如果不选派甲，就不选派乙和丙

业务处室：只有不选派乙和丙，才选派甲

在下列选项中，能够同时满足党办、人事处和业务处室意见的方案是（）

- A. 选派乙和丙，不选派甲      B. 不选派乙和丙，选派甲  
C. 选派乙，不选派甲和丙      D. 选派丙，不选派甲和乙

解答：业务处室意见等价于：

如果选派甲，就不选派乙和丙。

于是三部门意见整理为二重推理：

如果不选派甲，就不选派乙和丙。

如果选派甲，就不选派乙和丙。

或者选派甲，或者不选派甲。（此项总为真）

总之，不选派乙和丙。

答案：B. 不选派乙和丙，选派甲

二、如果李生喜欢表演，那么他报考戏剧学院，如果他不喜欢表演，那么他可以成为戏剧理论家。如果他不报考戏剧学院，那么不能成为戏剧理论家。

由此可推出李生：

- A. 不喜欢表演。B. 成为戏剧理论家。C. 不报考戏剧学院。D. 报考戏剧学院。

解答：由“如果他不喜欢表演，那么他可以成为戏剧理论家”得：

如果李生不可以成为戏剧理论家，那么他喜欢表演。

再由“如果李生喜欢表演，那么他报考戏剧学院”连锁得：

如果李生不可以成为戏剧理论家，那么他报考戏剧学院。

由“如果他不报考戏剧学院，那么不能成为戏剧理论家”得：

如果他能成为戏剧理论家，那么他报考戏剧学院。

于是得二难推理：

如果李生能成为戏剧理论家，那么他报考戏剧学院。

如果李生不能成为戏剧理论家，那么他报考戏剧学院。

李生或者能成为戏剧理论家，或者不能成为戏剧理论家，（此项总为真）

总之，李生报考戏剧学院。

答案：选项D是正确的，李生报考戏剧学院。

三、相传古时候有两座怪城，一座叫“真城”，一座叫“假城”。真城的居民人都说真话，假城的居民人都说假话。两座城市的居民互相往来。一位知晓这一情况的旅行

者第一次来到其中一座城市，他只要问遇到的第一个人一个答案“是”或者“否”的问题，就会明白自己所到的是真城还是假城。

以下问句哪个是最恰当的？（ D ）

- A. 你是真城的人吗？ B. 你是假城的人吗？  
C. 你是说假话的人吗？ D. 你是这座城市的人么？

解答：（1）设问话为 A 。无论在哪，总有：

如果遇到真城居民，答案是“是”。

如果遇到假城居民，答案是“是”。

无法确定对方身份和所处城市。

（2）设问话为 B 。无论在哪，总有：

如果遇到真城居民，答案是“否”。

如果遇到假城居民，答案是“否”。

无法确定对方身份和所处城市。

（3）设问话为 C 。无论在哪，总有：

如果遇到真城居民，答案为“否”。

如果遇到假城居民，答案为“否”。

无法确定对方身份和所处城市。

（4）设问话为 D 。旅游者在真城：

如果遇到真城居民，答案为“是”。

如果遇到假城居民，答案为“是”。

或遇到真城居民，或遇到假城居民，（此项总为真）

所以，旅游者在真城得到的回答为“是”。

进一步，否定后件，必否定前件，于是

得到的回答为“否”必有旅游者在假城。

旅游者在假城：

如果遇到真城居民，答案是“否”。

如果遇到假城居民，答案是“否”。

或遇到真城居民，或遇到假城居民，（此项总为真）

所以，旅游者在假城得到的回答总为“否”。

进一步，否定后件，必否定前件，于是

如果得到的回答为“是”，则旅游者在真城。

综上所述：

旅游者在真城，当且仅当得到的回答为“是”。

旅游者在假城，当且仅当得到的回答为“否”。

选项为 D。

四、如果一个人自傲，就会盲目乐观；如果一个人自卑，就会缺乏信心。你或者是自傲，或者是自卑。总之，你或者是盲目乐观，或者是缺乏信心。

这个论证是不可靠的，其原因并非是（D）。

- A. 选言判断没有穷尽支判断。                      B. 两个假言判断的前件构不成矛盾关系。  
C. 两个假言判断的前件只是反对关系      D. 结论不符合实际。

解答：论证不可靠的依据是或者推理无效，或者前提不为真。与结论无关。这个论证的推理是有效的。其不可靠是由于选言判断没有穷尽支判断，存在既不自傲也不自卑的人，从而“你或者是自傲，或者是自卑”不总为真，即前提可能不真。

五、关于财务混乱的错误谣言损害了一家银行的声誉。如果管理人员不试图反驳这些谣言，它们就会传播开来并最终摧毁顾客的信心。但如果管理人员努力驳斥这种谣言，这种驳斥使怀疑增加的程度比使它减少的程度更大。

如果以上的陈述都是正确的，根据这些陈述，下列哪一项一定是正确的？

- A. 银行的声誉不会受到猛烈的广告宣传活动的影  
B. 管理人员无法阻止已经出现的威胁银行声誉的谣  
C. 面对错误的谣言，银行经理的最佳对策是直接说出财务的真实情况  
D. 关于财务混乱的正确的传言，对银行储户对该银行的信心的影响没有错误的流言大。

解答：上述推理构成二难推理

如果管理人员不试图反驳这些谣言，它们就会传播开来并最终摧毁顾客的信心。

如果管理人员努力驳斥这种谣言，会使怀疑增加的程度比使它减少的程度更大。

管理人员或者不试图反驳这些谣言，或者努力驳斥这种谣言。（此项总为真）

所以，或者谣言传播开来并最终摧毁顾客的信心，或者怀疑增加的程度比使它减少的程度更大。

因此 B 一定是正确的。

六、滨海市政府决定上马一项园林绿化工程，政府有关部门在调研论证的基础上，就特色树种的选择问题形成如下几项决定：

- （1）樟树、柳树至少选择一样；

(2) 如果不种桂树，那么就要种雪松；

(3) 如果种柳树，那么就要种桃树；

(4) 桃树、雪松至少要舍弃一样。

据此，可以推出该市应选择特色树种是 ( BD )。

- A. 柳树或者桃树            B. 樟树或者桂树  
C. 雪松或者柳树            D. 雪松或者樟树

解答：由 (2)、(3) 和 (4) 得：

如果不种桂树，那么就要种雪松；

如果种柳树，那么就要种桃树；

或者非桃树或者非雪松。

所以，或者种桂树或者不种柳树。

不种柳树，则由 (1)，必须种樟树。于是，或者种桂树或者种樟树。B 成立。

如果种柳树，则必须种桂树。再由 (3) 必须种桃树。即为柳树、桂树和桃树。没有对应选项。

如果不种桂树，则必不种柳树，则由 (2) 和 (1)，必须种雪松和樟树。于是 D 成立。

七、前提： $\neg(p \rightarrow q) \wedge q$ ， $p \vee q$ ， $r \rightarrow s$ 。

1、证明从此前提出发，推出结论  $r \vee s$  的推理是正确的。

证明：考虑蕴含命题：

$$\neg(p \rightarrow q) \wedge q \wedge (p \vee q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow r \vee s$$

运用等值演算

$$\begin{aligned} & \neg(p \rightarrow q) \wedge q \wedge (p \vee q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow r \vee s \\ \Leftrightarrow & \neg(\neg(\neg p \vee q) \wedge q \wedge (p \vee q) \wedge (\neg r \vee s)) \vee r \vee s \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \vee \neg q \vee \neg(p \vee q) \vee \neg(\neg r \vee s) \vee r \vee s \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \vee \neg q \vee \neg(p \vee q) \vee (r \wedge \neg s) \vee r \vee s \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee 1 \vee \neg(p \vee q) \vee (r \wedge \neg s) \vee r \vee s \\ \Leftrightarrow & 1 \end{aligned}$$

$\neg(p \rightarrow q) \wedge q \wedge (p \vee q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow r \vee s$  为重言式。所以，推理有效。

2、证明从此前提出发，推出任何结论的推理是正确的。

证明一：对任何结论  $t$ ，我们都有

$$\neg(p \rightarrow q) \wedge q \wedge (p \vee q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow t \Leftrightarrow \neg p \vee 1 \vee \neg(p \vee q) \vee (r \wedge \neg s) \vee t \Leftrightarrow 1。$$

即  $\neg(p \rightarrow q) \wedge q \wedge (p \vee q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow t$  是重言式，推理有效。

证明二：归谬法。假定任何结论为假。

- |     |                                  |           |
|-----|----------------------------------|-----------|
| (1) | $\neg(p \rightarrow q) \wedge q$ | 引入前提      |
| (2) | $q$                              | (1) 和简化规则 |
| (3) | $\neg(p \rightarrow q)$          | (1) 和简化规则 |
| (4) | $\neg(\neg p \vee q)$            | (3) 和置换规则 |
| (5) | $p \wedge \neg q$                | (4) 和置换规则 |
| (6) | $\neg q$                         | (5) 和简化规则 |
| (7) | $q \wedge \neg q$                | (6) 和合取规则 |

产生矛盾。

八、在自然推理系统  $P$  中构造下面推理的证明。

1、前提： $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ， $p$ ， $q$ 。结论： $r \vee s$

- 证明一：
- |     |                                   |               |
|-----|-----------------------------------|---------------|
| (1) | $p$                               | 引入前提          |
| (2) | $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | 引入前提          |
| (3) | $q \rightarrow r$                 | (1) (2) 和假言推理 |
| (4) | $q$                               | 引入前提          |
| (5) | $r$                               | (3) (4) 和假言推理 |
| (6) | $r \vee s$                        | 附加规则          |

证明二：采用归谬法。

- |     |                                   |               |
|-----|-----------------------------------|---------------|
| (1) | $\neg(r \vee s)$                  | 引入归谬前提        |
| (2) | $\neg r \wedge \neg s$            | (1) 和摩根律      |
| (3) | $\neg r$                          | (2) 和简化规则     |
| (4) | $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | 引入前提          |
| (5) | $p$                               | 引入前提          |
| (6) | $q \rightarrow r$                 | (4) (5) 和假言推理 |
| (7) | $q$                               | 引入前提          |
| (8) | $r$                               | (6) (7) 和假言推理 |
| (9) | $r \wedge \neg r$                 | (3) (8) 和合取规则 |

产生矛盾。归谬前提  $\neg(r \vee s)$  不成立。必有  $r \vee s$ 。

2、前提： $p \rightarrow q$ ， $\neg(q \wedge r)$ ， $r$ 。结论： $\neg p$

证明一：直接证法

- |                          |                |
|--------------------------|----------------|
| (1) $\neg(q \wedge r)$   | 引入前提           |
| (2) $\neg q \vee \neg r$ | (1) 和置换规则      |
| (3) $r$                  | 引入前提           |
| (4) $\neg q$             | (2) (3) 和析取三段论 |
| (5) $p \rightarrow q$    | 引入前提           |
| (6) $\neg p$             | (4) (5) 和拒取准则  |

证明二：采用归谬法

- |                          |                |
|--------------------------|----------------|
| (1) $p$                  | 引入归谬前提         |
| (2) $p \rightarrow q$    | 引入前提           |
| (3) $q$                  | (1) (2) 和假言推理  |
| (4) $\neg(q \wedge r)$   | 引入前提           |
| (5) $\neg q \vee \neg r$ | (4) 和置换规则      |
| (6) $r$                  | 引入前提           |
| (7) $\neg q$             | (5) (6) 和析取三段论 |
| (8) $q \wedge \neg q$    | (3) (7) 和合取规则  |

产生矛盾。归谬前提  $\neg p$  不成立。必有  $p$ 。

3、前提： $\neg p \vee r$ ， $\neg q \vee s$ ， $p \wedge q$ 。结论： $t \rightarrow (r \wedge s)$

- 证明：
- |                                   |                |
|-----------------------------------|----------------|
| (1) $p \wedge q$                  | 引入前提           |
| (2) $p$                           | (1) 和化简准则      |
| (3) $\neg p \vee r$               | 引入前提           |
| (4) $r$                           | (2) (3) 和析取三段论 |
| (5) $q$                           | (1) 和化简准则      |
| (6) $\neg q \vee s$               | 引入前提           |
| (7) $s$                           | (5) (6) 和析取三段论 |
| (8) $r \wedge s$                  | (4) (7) 和合取准则  |
| (9) $\neg t \vee (r \wedge s)$    | (8) 和附加准则      |
| (10) $t \rightarrow (r \wedge s)$ | (9) 和置换准则      |

九、在自然推理系统 P 中用附加前提法或归谬法证明下面推理。

1、前提： $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ， $s \rightarrow p$ ， $q$ 。结论： $s \rightarrow r$

证明一：采用附加前提法。

前提:  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ,  $s \rightarrow p$ ,  $q$ ,  $s$ 。结论:  $r$

- |                                       |                |
|---------------------------------------|----------------|
| (1) $s$                               | 引入前提           |
| (2) $s \rightarrow p$                 | 引入前提           |
| (3) $p$                               | (1) (2) 和假言三段论 |
| (4) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | 引入前提           |
| (5) $q \rightarrow r$                 | (3) (4) 和假言三段论 |
| (6) $q$                               | 引入前提           |
| (7) $r$                               | (5) (6) 和假言推理  |

证明二:

- |   |                        |
|---|------------------------|
| (1) $s \rightarrow p$                       | 引入前提                   |
| (2) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$       | 引入前提                   |
| (3) $s \rightarrow (q \rightarrow r)$       | (1) (2) 和假言三段论         |
| (4) $\neg s \vee (\neg q \vee r)$           | (3) 和置换准则              |
| (5) $\neg q \vee (\neg s \vee r)$           | (4) 和置换准则              |
| (6) $q \rightarrow (\neg s \vee r)$         | (5) 和置换准则              |
| (7) $q$                                     | 引入前提                   |
| (8) $q \vee (\neg s \vee r)$                | (7) 和附加规则              |
| (9) $\neg(\neg q) \vee (\neg s \vee r)$     | (8) 和双否规则              |
| (10) $\neg q \rightarrow (\neg s \vee r)$   | (9) 和置换规则              |
| (11) $q \vee \neg q$                        | (7) 和附加规则              |
| (12) $(\neg s \vee r) \vee (\neg s \vee r)$ | (6) (10) (11) 和构造性二难推理 |
| (13) $\neg s \vee r$                        | (12) 和置换规则             |
| (14) $s \rightarrow r$                      | (13) 和置换规则             |

2、前提:  $p \vee q \rightarrow (r \wedge s)$ ,  $s \vee t \rightarrow u$ 。结论:  $p \rightarrow u$

证明: 采用附加前提法。

前提:  $p \vee q \rightarrow (r \wedge s)$ ,  $s \vee t \rightarrow u$ ,  $p$ 。结论:  $u$

- |   |               |
|---|---------------|
| (1) $p$                                 | 引入前提          |
| (2) $p \vee q$                          | (1) 和附加规则     |
| (3) $p \vee q \rightarrow (r \wedge s)$ | 引入前提          |
| (4) $r \wedge s$                        | (2) (3) 和假言推理 |
| (5) $s$                                 | (4) 和化简规则     |
| (6) $s \vee t$                          | (5) 和附加规则     |

- (7)  $s \vee t \rightarrow u$                     引入前提  
 (8)  $u$                                     (6) (7) 和假言推理

3、前提:  $p \rightarrow \neg q$ ,  $\neg r \vee q$ ,  $r \wedge \neg s$ 。结论:  $\neg p$

证明一: 采用归谬法。

- (1)  $p$                                     引入归谬前提  
 (2)  $p \rightarrow \neg q$                     引入前提  
 (3)  $\neg q$                                 (1) (2) 和假言推理  
 (4)  $\neg r \vee q$                         引入前提  
 (5)  $\neg r$                                 (3) (4) 和析取三段论  
 (6)  $r \wedge \neg s$                         引入前提  
 (7)  $r$                                     (6) 和简化规则  
 (8)  $r \wedge \neg r$                         (5) (7) 和合取规则

产生矛盾。

证明二: 直接证法

- (1)  $r \wedge \neg s$                         引入前提  
 (2)  $r$                                     (1) 和简化规则  
 (3)  $\neg r \vee q$                         引入前提  
 (4)  $q$                                     (2) (3) 和析取三段论  
 (5)  $p \rightarrow \neg q$                     引入前提  
 (6)  $\neg p$                                 (4) (5) 和假言推理

4、前提:  $p \vee q$ ,  $p \rightarrow r$ ,  $q \rightarrow s$ 。结论:  $r \vee s$

证明一: 直接证法。

- (1)  $p \rightarrow r$                         引入前提  
 (2)  $q \rightarrow s$                         引入前提  
 (3)  $p \vee q$                             引入前提  
 (4)  $r \vee s$                             (1) (2) (3) 和构造式二难推理

证明二: 采用归谬法。

- (1)  $\neg(r \vee s)$                         引入归谬前提  
 (2)  $\neg r \wedge \neg s$                     (1) 和置换规则  
 (3)  $\neg r$                                 (2) 和简化规则  
 (4)  $\neg s$                                 (2) 和简化规则  
 (5)  $p \rightarrow r$                         引入前提

- |                        |                |
|------------------------|----------------|
| (6) $\neg p$           | (3) (5) 和拒取规则  |
| (7) $p \vee q$         | 引入前提           |
| (8) $q$                | (6) (7) 和析取三段论 |
| (9) $q \rightarrow s$  | 引入前提           |
| (10) $\neg q$          | (4) (9) 和拒取规则  |
| (11) $q \wedge \neg q$ | (5) (7) 和合取规则  |

产生矛盾。

十、在自然推理系统 P 中构造下面推理的证明。

1、只要 A 曾到过受害者房间并且在 11 点以前没离开，A 就是谋杀嫌犯。A 曾到过受害者房间。如果 A 在 11 点前离开，看门人会看见他。看门人没看见他。所以 A 是谋杀嫌犯。

证明：构造简单命题

P: A 曾到过受害者房间; Q: A 在 11 点以前离开;

R: A 就是谋杀嫌犯。 S: 看门人会看见 A

上述推理的形式为:

前提:  $P \wedge \neg Q \rightarrow R$ ,  $P$ ,  $Q \rightarrow S$ ,  $\neg S$ 。结论:  $R$ 。

- |                                     |               |
|-------------------------------------|---------------|
| (1) $\neg S$                        | 引入前提          |
| (2) $Q \rightarrow S$               | 引入前提          |
| (3) $\neg Q$                        | (1) (2) 和拒取规则 |
| (4) $P$                             | 引入前提          |
| (5) $P \wedge \neg Q$               | (3) (4) 和合取规则 |
| (6) $P \wedge \neg Q \rightarrow R$ | 引入前提          |
| (7) $R$                             | (5) (6) 和假言推理 |

2、如果是星期六，我们就要到颐和园或圆明园去玩。如果颐和园游人太多，我们就不去颐和园去玩。今天是星期六，颐和园游人太多。所以我们去圆明园去玩。

证明：构造简单命题

P: 星期六; Q: 到颐和园; R: 到圆明园; S: 颐和园游人太多

上述推理的形式为:

前提:  $P \rightarrow Q \vee R$ ,  $S \rightarrow \neg Q$ ,  $P$ ,  $S$ 。结论:  $R$ 。

- |         |      |
|---------|------|
| (1) $S$ | 引入前提 |
|---------|------|

(2) $S \rightarrow \neg Q$	引入前提
(3) $\neg Q$	(1) (2) 和假言推理
(4) $P$	引入前提
(5) $P \rightarrow Q \vee R$	引入前提
(6) $Q \vee R$	(4) (5) 和假言推理
(7) $R$	(3) (6) 和析取三段论