

逻辑学引论

Logic in Mathematics

华东师范大学数学系 羊丹平

人人都要思考，人人都要推理，人人都要论证，而且每个人都要面对他人的推理和论证。逻辑研究是改进人们推理和论证能力的最好方法之一。推理和论证是逻辑学研究的重要内容。本章介绍与命题推理和论证相关的基本概念和方法。

5.1 论证

在人们的思维活动当中，经常需要由已知的或假设为真的一些事实，确信未知的或预言的事实真实性。这样一类思维过程和结果，通常表现为一系列命题的汇集，称之为一个论证。下面对论证下一个更加精确的定义。

论证 (Argument) 一个论证是一个命题系列，其中某些命题称为前提 (**Premises**)，被作为接受另一个称为结论 (**Conclusion**) 的命题为真的理由。

由定义可以看出，论证不是一些无关联的命题的汇集。为了成为论证，必须具有以下两个特征：

(1) **前提结论共存**。没有前提和结论之分，则不能称之为论证。组成序列的那些命题必须有一种确定的关系，其中的命题分成两部分：前提和结论。何为结论？即该论证试图使读者或听众相信为真的命题。何为前提？该论证提供的作为结论为真的理由的那些命题。在一个论证中，总是至少有一个前提。前提的数量没有上限，每个论证总是恰好有一个结论。**单独一个命题本身不能组成一个论证**。

(2) **前提断定结论**。有前提和结论也不一定是论证。论证的功能是通过前提断定结论。一般情形，命题是否为真由其与实际情况是否相符确定。而在一个论证中，结论不是由实际情况确定，而是由前提为真断定。一个论证的前提是已被获知或被假定真实的信息，而结论是未知的或不确定的信息。提出论证者希望由前提所提供的信息，使读者或听众相信论证得出的结论为真。

在日常生活中，Argument 也可表达争论或争辩。在逻辑学中，术语“论证”一词 (Argument) 限于提供前提以支持结论。

每一个论证都要求其前提为结论为真提供理由。依据前提支持结论的方式和程度，论证分为两种基本类型的论证：演绎论证和归纳论证。

演绎论证 试图**确然地**证明其结论为真的论证称为演绎论证。

归纳论证 试图带有某种程度的**或然率**来建立其结论的论证称为归纳论证。

演绎和归纳的区别在于前提对结论的支持程度，演绎论证是试图前提对结论给出完全确定的支持的论证。归纳逻辑是前提仅能给出结论部分支持的论证。对于确定性问题，人们可以给出完全确定性的演绎论证。但对于不确定问题，人们只能给出归纳论证。即使对于确定性问题，当人们对该事物知之甚少，也通常先进行归纳论证，逐步达到演绎论证。演绎论证和归纳论证是人们认识事物的两种不同方式。每个论证或者是演绎的或者是归纳的。二者的逻辑规律大不相同。本章中仅考虑演绎论证。

下面是一些论证的例子。

前提：所有蛛形纲动物都是无脊椎的。

前提：所有蜘蛛都是蛛形纲动物。

结论：所有蜘蛛都是无脊椎的。

演绎逻辑

前提：张山和李水有很多相似的地方，都喜欢历史课、科学课和数学课。

前提：张山喜欢逻辑课。

结论：李水很可能也喜欢逻辑课。

归纳逻辑

上述例子给出了论证的标准形式，一目了然的确定了前提与结论关系。

论证的标准形式 先陈述前提，最后陈述结论，每一行只写单独一个命题，前提和结论之间化一条横线：

P_1

P_2

\vdots

P_n

q

也常用形式化的写法：

$P_1, P_2, \dots, P_n; \therefore q$

用标准形式陈述论证，可以清楚地显示前提与论证之间的关系。但日常的书面和口头交际中，论证往往不是用标准形式陈述的。非常普遍的情况是，论证的结论最先陈述，然后陈述前提（理由）。这种方式便于读者或听众直接和清晰地了解论证者的观点，然后阅读或听取论证者提供的理由。上述惯例和标准形式是确定结论的有效方法。

5.2 描述和说明

每一个论证都是被构造出来的命题序列，但并非每一个被构造出来的命题序列都是论证。在日常生活中，人们常用的命题集合或序列，按照功能通常可分为三种类型：描述、说明和论证。

描述 其特征是命题序列中，没有哪个命题在逻辑结构上是其它命题的结论，简言之，没有结论，只有叙述事实。

例如：骆驼并不是把水储存在它的驼峰中。它们每天喝很多水，并把这些水均匀地分布至全身。而后则非常节约地用水。它们的尿液粘稠，粪便干燥。它们用鼻子呼吸而紧闭其口。非不得已，它们一般不出汗。它们在失水达到体内三分之一时仍受得住，然后再一次痛饮并感觉良好。

上面语段由一系列命题构成，但没有那个命题在逻辑上是其它命题的结论。因此它不是一个论证，只是关于骆驼如何使用其体内的水的描述，所有命题是叙述事实，没有因果关系。

还有一类命题序列是说明。描述与论证比较容易区分，但说明和论证则因形式上的貌似而容易混淆。下面阐述论证与说明的区别。

说明 回答某种已知的事件、事物或思想是“为什么”和结果“如何”的问题。

许多语段看起来好像论证，实际并不是论证而是说明。说明和论证所以容易混淆，原因是说明通常含有因果关系（原因和结果）。“原因和结果”在语言形式和词语上很容易与“理由和结论”混淆。例如：“因为某种原因存在，所以导致某种结果发生”与“因为某个理由为真，所以断定某个结论为真”，二者形式结构非常类似，但前者是说明，后者是论证。

如何鉴别一个语段是论证还是说明？这是一个比较困难的问题。我们需要通过论证的本质特征来判断。论证的本质是由被已知或假定为真的前提，为相信未知真假的结论为真提供理由。换言之，在论证中，结论的真实性是由前提断定的，是一个可以假设不知真实或确实不知真实而需要来断定的事物。而在说明中，作为原因和结果的事实真实性已经确定，说明只是解释二者之间存在因果关系。利用这个本质特性，有助于我们区分论证和说明。考虑下面两段话：

A. 我们对该建筑物的检测表明，在其建造中使用了不合格的材料。因为这个，我们相信，它可能在不久的将来倒塌。

B. 该建筑物倒塌了，因为它在建造中使用了不合格的材料。

A 中“因为使用了不合格材料”是为相信房子将倒塌（事实为还没倒塌）为真提供理由。B 中“使用了不合格材料”和“建筑物倒塌”都已经是事实，B 只是说明“使用了不合格材料”和“建筑物倒塌”之间存在因果关系。

5.3 论证的可信性

论证的功能是通过论证提供的真的前提确信论证的结论是真的。一个论证是否达到了上述要求和目的？换言之，如何让公众接受一个论证是可信的？其方法和标准是什么？这是逻辑学研究的主要课题之一。我们看下面例子：

如果盖茨拥有诺克斯堡的所有黄金，那么盖茨是富有的。

盖茨不拥有诺克斯堡的所有黄金。

所以，盖茨不是富有的。

这个例子中，前提都是真的，但结论是假的。

所有哺乳动物都有翅膀。

所有鲸都有翅膀。

所以，所有鲸都是哺乳动物。

这个例子中，前提都是假的，但结论是真的。

如果张山拥有诺克斯堡的所有黄金，那么张山是富有的。

张山并不拥有诺克斯堡的所有黄金。

所以，张山不是富有的。

这个例子中，前提都是真的，但该论证即不能让人们确信“张山不富有”，因为他可以从其它方面获得财富；也不能让人们确信“张山不富有”是由于前提引起的，即结论与前提无关。

在上述论证的例子中，有的前提真伴随结论真，有的前提真伴随结论假，有的前提假伴随结论假，有的前提假伴随结论真。有的前提真虽然伴随结论真，但二者本质上不相关。因此，一个论证中的结论的可信性不是由前提的真或假决定的。

5.3 论证的形式化与推理

如何判断一个论证的可信性？一个论证的可信性不仅依赖于具体前提的真与假，更依赖于论证的内在形式结构。这种内在形式结构称之为推理。下面给出推理一个更加精确的定义。

推理 (Inference) 在设定作为出发点的一个或多个命题的基础上得出并肯定一个命题的过程。

推理是关于如何由前提得到结论的方式和过程，是一个形式化过程。

我们导出论证的形式化概念。

论证形式 将一个论证内的命题形式化，抽去具体含义，得到的形式结构，称为该论证的**论证形式**。一个论证形式实际上是一个**推理模式**。

例如：

所有哺乳动物都是脊椎动物。

所有狗都是哺乳动物。

所有狗都是脊椎动物。

所有猫都是猫科动物。

所有熊猫都是猫。

所有熊猫都是猫科动物。

上面两个论证具有相同的论证形式：

所有 M 都是 P。

所有 S 都是 M。

所有 S 都是 P。

例如：

如果琼喜欢猫，那么托雅喜欢狗。

琼不喜欢猫。

托雅不喜欢狗。

如果同位角相等，两共面直线平行。

同位角不相等。

两共面直线不平行。

上面两个论证具有相同的论证形式：

如果 p，那么 q。

并非 p。

并非 q。

上面例子表明，许多不同的论证，可以具有相同的论证形式。

5.4 演绎论证的有效性

5.3 中的例子表明：一个论证的可信性不仅依赖于具体前提的真与假，还依赖于论证的内在推理模式的性质。我们给出论证的有效性概念。

论证的有效性 一个演绎论证，如果其论证形式的前提都为真而结论为假是不可能的，那么称这个论证是有效的；否则称该论证是无效的。

由论证形式的定义，论证形式的有效性即为相应**推理模式的有效性**。推理模式的有效性是论证可信性的基础，推理模式不有效，论证的结论不能确信为真。

关于有效性，注意以下几点：

- (1) 论证的有效性指其论证形式的有效性，与该论证的具体含义无关。
- (2) 论证的有效性并不依赖于论证的前提和结论实际上是否为真。
- (3) 论证的有效性并不保证该论证结论为真。

我们用 5.3 中的两个例子说明上述结论。

所有哺乳动物都是脊椎动物。

所有猫都是猫科动物。

所有狗都是哺乳动物。

所有熊猫都是猫。

所有狗都是脊椎动物。

所有熊猫都是猫科动物。

上面两个论证具有相同的论证形式：

所有 M 都是 P。

所有 S 都是 M。

所有 S 都是 P。

有效性。假设“所有 S 都是 P”假，则存在某个 S'不是 P。既然“所有 S 都是 M”，则 S'是一个不是 P 的 M，与“所有 M 都是 P”矛盾。假设不成立。该论证是有效的。

上面两个论证中，论证内容不同，论证形式相同且论证有效。前者前提全为真且结论也为真，但后者前提不全为真且结论为假。后者说明不正确的前提和结论不表明论证一定无效，有效的论证也不一定带来正确的结论。

如果琼喜欢猫，那么托雅喜欢狗。

如果同位角相等，两共面直线平行。

琼不喜欢猫。

同位角不相等。

托雅不喜欢狗。

两共面直线不平行。

上面两个论证具有相同的论证形式：

如果 p，那么 q。

并非 p。

并非 q。

有效性。“如果 p，那么 q”仅表明 p 是 q 的充分条件，一般情形不保证 p 也是必要条件，并非 p 不一定有并非 q。该论证是无效的。

在上面两个论证中，论证内容不同，论证形式相同但论证无效。二者前提全为真，前者结论可能为假，但后者结论为真。这说明正确的前提和结论不表明论证一定有效。无效论证可以结论真，也可以结论假。

一个论证的有效性问的是关于论证形式中的前提的真与结论的真之间是什么关系？

有效论证本质特征：如果论证形式中的前提全部为真，则其结论必然真。

无效论证本质特征：当论证形式中的前提全部为真时，其结论不必然真。

保真性 论证形式中全部前提真则结论必为真的性质称为保真性。

有效论证具有保真性。对于有效的论证，前提的假不一定断定结论的假，即**有效论证不具有保假性**。

有效性是前提命题和结论命题之间的关系，所以，它决不能用于单个命题。命题可以是真的或假的，但却不能是有效的或无效的。

5.5 论证的可靠性

由 5.4 中的例子可以看出，仅有论证的有效性还不足以确信论证结论的真实性。还需要附加什么条件保证才能由论证的前提断言其结论？下面我们通过一些例子来进一步考察前提、结论和有效性的关系。

首先讨论有效论证。考虑下述论证形式：

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

讨论有效性。假设 $\neg p$ 为假，则 p 为真，从而由 $p \rightarrow q$ 为真，得 q 为真，与 $\neg q$ 为真矛盾。于是，假设不成立， $\neg p$ 不可能为假。这一结果实际上是逆反命题与原蕴含命题等价的结果。上述论证是有效的。

再考虑下述论证形式：

所有 M 都有 P。

所有 S 都是 M。

所有 S 都有 P。

此论证是有效的。

我们考察几个基于上述论证形式的具体论证。为了判断论证的可信与否，采用前提和结论的真伪都是显而易见的命题。

I. 有效论证包含真前提和真结论的例

如果乞丐拥有诺克斯堡的所有黄金，那么乞丐是富有的。

乞丐不富有。

所以，乞丐不拥有诺克斯堡的所有黄金。

此例中 p 是“乞丐拥有诺克斯堡的所有黄金”， q 是“乞丐是富有的”。前提和结论都是真的。

所有哺乳动物都有肺。

所有鲸都是哺乳动物。

所有鲸都有肺。

此例中 M 是哺乳动物， S 是鲸， P 是肺。前提均为真，所得结论亦为真。

II. 有效论证包含假前提和假结论的例

如果盖茨拥有微软大量股份，那么盖茨是富有的。

盖茨不富有。

所以，盖茨不拥有微软大量股份。

此例中 p 是“盖茨拥有微软大量股份”， q 是“盖茨是富有的”。前提部分为假，论证所得结论为假。

所有四条腿动物都有翅膀。

所有蜘蛛都是四条腿动物。

所有蜘蛛都有翅膀。

此例中 M 是四条腿动物， S 是蜘蛛， P 是翅膀。前提均为假，论证所得结论均为假。

III. 有效论证包含假前提和真结论的例

如果美联储不储备大量黄金，那么乞丐富有。

乞丐不富有。

所以，美联储储备着大量黄金。

此例中 p 是“美联储不储备大量黄金”， q 是“乞丐富有”。前提部分为假，论证所得结论为真。

所有两条腿动物都有翅膀。

所有鸟类都是两条腿动物。

所有鸟类都有翅膀。

此例中 M 是两条腿动物，S 是鸟类，P 是翅膀。前提部分为假，但论证所得结论为真。

关于有效论证，前提和结论的真假有下述关系：

| 有效论证 | | |
|------|-----|-----|
| | 真结论 | 假结论 |
| 真前提 | 一定 | 不可能 |
| 假前提 | 可能 | 可能 |

进一步讨论无效论证的情形。考虑下述论证形式：

$p \rightarrow q$

$\neg p$

$\neg q$

在 $p \rightarrow q$ 中，p 仅是 q 的充分条件，一般不是必要条件，因此非 p 不一定有非 q。此论证是无效的。

再考虑论证形式：

所有 M 都有 P。

所有 S 都有 P。

所有 S 都是 M。

这是一个无效论证。

IV. 无效论证包真前提和真结论的例

如果乞丐拥有诺克斯堡的所有黄金，那么乞丐将是富有的。

乞丐并不拥有诺克斯堡的所有黄金。

所以，乞丐不是富有的。

此例中 p 是“乞丐拥有诺克斯堡的所有黄金”，q 是“乞丐是富有的”。前提和结论都是真的。但前提并不为结论真提供支持。乞丐并非是由于不拥有诺克斯堡的所有黄金而沦为乞丐。

所有飞鸟都有翅膀。
所有鸽子都有翅膀。
所有鸽子都是飞鸟。

此例中 M 是飞鸟，S 是鸽子，P 是翅膀。前提和结论都是真的。

V. 无效论证包含真前提和假结论的例

如果盖茨拥有诺克斯堡的所有黄金，那么盖茨将是富有的。
盖茨并不拥有诺克斯堡的所有黄金。

所以，盖茨不是富有的。

此例中 p 是“盖茨拥有诺克斯堡的所有黄金”，q 是“盖茨是富有的”。全部前提是真的但结论是假的。

所有鸽子都有翅膀。
所有飞鸟都有翅膀。
所有飞鸟都是鸽子。

此例中 M 是鸽子，S 是飞鸟，P 是翅膀。前提都是真的但结论是假的。

VI. 无效论证包含假前提和真结论的例

如果美联储不储备大量黄金，那么乞丐富有。
美联储储备着大量黄金。

所以，乞丐不富有。

此例中 p 是“美联储不储备大量黄金”，q 是“乞丐富有”。部分前提是假的而结论是真的。

所有哺乳动物都有翅膀。
所有鲸都有翅膀。
所有鲸都是哺乳动物。

此例中 M 是哺乳动物，S 是鲸，P 是翅膀。全部前提是假的而结论是真的。

VII. 无效论证包含假前提和假结论的例

如果美联储不储备大量黄金，那么盖茨富有。

美联储储备着大量黄金。

所以，盖茨不富有。

此例中 p 是“美联储不储备大量黄金”，q 是“盖茨富有”。部分前提是假的而结论也是假的。

所有鲸都有翅膀。

所有哺乳动物都有翅膀。

所有哺乳动物都是鲸。

此例中 M 是鲸，S 是哺乳动物，P 是翅膀。全部前提是假的而且结论是假的。

综上所述，无效论证可以有真假前提和结论的所有可能的组合，如下表

| 无效论证 | | |
|------|------|-------|
| | 真结论 | 假结论 |
| 真前提 | 例 IV | 例 V |
| 假前提 | 例 VI | 例 VII |

综合上述例子，关于论证形式或推理模式我们有下面的结论：

(1) 如果一个论证形式是有效的，当其中全部前提都是真的，就可以确定其中的结论为真；当其中的前提不是全部为真时，则不能确定结论的真假。

(2) 如果一个论证形式是无效的，不可能有关于其中前提与结论的确定关系。基于上述结论，我们引入论证的可靠性概念。

论证的可靠性 一个演绎论证，当它既是有效的而且前提又都事实上是真的，则称它是可靠的。一个可靠的论证所得到的结论一定是为真的。

$$\text{可靠性} = \text{有效性} + \text{前提全部为真}$$

可靠性是人们评价一个论证可信程度的基本准则。一个可靠的论证，其结论是真实可信的。一个不可靠的论证，其结论可能为真，也可能为假。即使其结论可能为真，也不是由于前提提供了充足的理由。

可靠性告诉我们，可靠的论证基于两个方面：推理的有效性和前提的真实性。

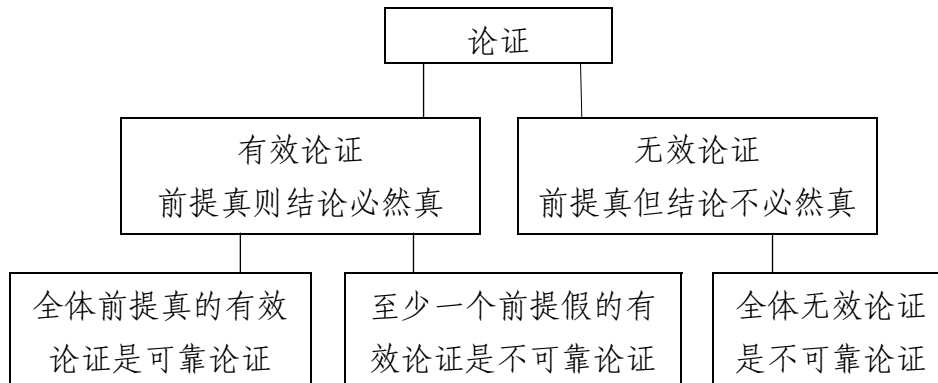
(1) 没有论证形式（推理模式）的有效性，不能保证论证结论的正确性。一个无效的论证，无论其实际前提的真假如何，即不能断言结论是真的，也不能断言

结论是假的。人们有理由拒绝相信该论证的结论。然而，无效的论证也并不意味着结论是假的，“没有被证明为真”不等同于“被证明是假”。

(2) 没有实际前提的真实性，也不能保证论证结论的正确性。

有效性和可靠性是论证的两个基本概念，在形式逻辑中发挥着基本的作用。人们在考虑是否接受一个论证的时候，首先要作的是检查其论证形式的有效性，这项工作很多时候外行也可以作到和作好。逻辑思维强的人，即使面对知之甚少的外行问题，也能够敏锐地洞察出一个论证是否有效，从而拒绝接受或质疑该论证的结论。反过来，为让他人相信论证所提出的结论，提出论证的人也首先要检验核查其论证形式的有效性，方能有效地说服他人。逻辑思维强的人能够运用简捷有效的逻辑使得读者或听众理解论证的有效性，进而相信论证的正确性。第二步，检查论证中提供的前提的真实性。这通常需要相关的内行来证实和确认。

逻辑学只限于研究一个论证中的命题之间的关系，即论证的有效性。前提是否真实是具体科学研究的问题。因此，有效性被独立地抽出来构成逻辑学中的独立概念和方法。



可靠的演绎论证导致完全的确实性。演绎论证的这一性质使得演绎如此强有力和吸引人。知道和掌握如何评估论证的有效性是非常重要的技巧，它使你能够避免被别人愚弄或沿着一个正确的方向进行思考、推理和给出正确论证。

5.6 有效性的判据

论证的有效性在形式逻辑中占有重要的地位，也在日常工作和生活中发挥重要的作用。如何判别一个论证的有效性？对于简单的论证，可以采用定义直接地判别，如前节所述。对于复杂的论证，采用定义方法则非常繁杂，本节讨论一些常用方法。

反例方法 举反例方法是数学中常用的方法。在证明一个普遍意义的结论遇到困难的时候，经常会猜测该结论可能不成立，这时举反例是一个常用的方法。在实际应用中，举反例也是反驳对方论证的有力方法之一。反例方法是说明一个论证无效的常用方法。其理论依据是：在一个论证形式中，如果存在一个前提全为真，但结论为假的实例，则该论证形式是无效的。一旦找出该论证有效性上的漏洞，则该论证结论的真实性即得到严重的质疑。

我们举例说明反例法的应用。

所有资本家都不是慈善家。

所有慈善家都是利他主义者。

所有资本家都不是利他主义者。

令 A 是资本家，B 是慈善家，C 是利他主义者。则上面论证的论证形式为：

所有 A 都不是 B。

所有 B 都是 C。

所有 A 都不是 C。

为了表明该论证无效，我们需构造一个前提是确知的真理，而结论是确知谬误的具体例子。最好采用广为人熟悉和接受的事例。如：先选结论谬误的例为犬不是动物，则取 A 为犬和 C 为动物。于是论证形式变为：

所有犬都不是 B。

所有 B 都是动物。

所有犬都不是动物。

如果可选择 B 使得前提全为真，则我们给出了前提全真但结论假的实例，构成了有效性的反例，从而表明该论证是无效的。显然只要选 B 为一种不是犬的动物即可。如选 B 为猫，则

所有犬都不是猫。

所有猫都是动物。

所有犬都不是动物。

至此我们构造了该论证形式的一个前提全真结论为假的实例论证，即有效性的反例，所以该论证是无效。

一个好的反例具有下列特征：（1）它具有与原始论证相同的形式特征；（2）其前提众所周知为真；（3）其结论众所周知为假。

反例方法有一定的局限性和复杂性。局限性表现在只能用来确认一个论证形式的无效性，不能确认一个论证形式的有效性。复杂性表现在很多情形下构造一个反例是困难的。

真值表法 真值表法是确定论证有效性的重要方法。其原理是：列出论证形式的前提和结论的真值表，查看是否有前提全真而结论假的行，如果存在，则论证无效。

举例如下：如果赤道雨林所产生的氧为美国人所用，那么或者美国人应该为氧付款，或者他们应该停止抱怨雨林的破坏。美国人不应该为氧付款，或者他们应该抱怨雨林的破坏。所以，并非赤道雨林所产生的氧为美国人所用。（E：赤道雨林所产生的氧为美国人所用；P：美国人应该为氧付款；S：美国人应该停止抱怨雨林的破坏。）

上述论证的论证形式为：

$$E \rightarrow (P \vee S), \quad \neg P \vee \neg S, \quad \therefore \neg E$$

写出真值表：

| E | P | S | $E \rightarrow (P \vee S),$ | $\neg P \vee \neg S,$ | $\therefore \neg E$ |
|---|---|---|-----------------------------|-----------------------|---------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

检查是否有前提全真和结论为假的行。第六和七行前提全真，结论为假。于是该论证无效。

在实际应用中，只需考察结论为假的行，称为不完全真值表法。

再看一例：如果苏格拉底努力工作，他会变得富有。但如果苏格拉底并不努力工作，那么他享受生活，而且，如果苏格拉底并不变得富有，那么他并不享受生活。因此，苏格拉底变得富有。（H：苏格拉底努力工作；R：苏格拉底变得富有；L：苏格拉底享受生活。）

上述论证的论证形式为：

$$H \rightarrow R, \neg H \rightarrow L, \neg R \rightarrow \neg L, \therefore R$$

作真值表如下:

| H | R | L | $H \rightarrow R, \neg H \rightarrow L, \neg R \rightarrow \neg L, \therefore R$ | | | |
|---|---|---|--|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

不存在前提全真和结论为假的行。该论证是有效的。

赋谬法 (简化真值表) 赋谬法的基本思想是: 考察是否存在满足前提全真而结论为假的赋值。举例说明如何使用赋谬法。考虑论证形式:

| B | E | S | U | $E \vee S, E \rightarrow (B \wedge U), \neg S \rightarrow \neg U, \therefore E \leftrightarrow S$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | T | 0 | 1 | T | 1 | T | ⊙ | 0 | T | ⊙ | 1 | F | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | T | 1 | 0 | T | 0 | F | 0 | F | 1 |

存在至少一个赋值 0010 使前提全真而结论为假。该论证是无效的。

数理逻辑方法

定义: 设 A_1, A_2, \dots, A_k 和 B 都是命题公式。若对 A_1, A_2, \dots, A_k 和 B 中出现的命题变元的任意一组赋值, 或者 $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k$ 为 0, 或者当 $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k$ 取值为 1 时 B 也取值为 1, 则称前提 A_1, A_2, \dots, A_k 推出结论 B 的推理是有效的。

上述定义是将论证进一步符号化和数学化。

定理: 命题公式 A_1, A_2, \dots, A_k 推出结论 B 的推理是有效的, 当且仅当

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B$$

是重言式。

证明: 必要性。由蕴含命题的定义, 当且仅当 $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k$ 取真值, 而 B 取假值时, $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B$ 取假值。又

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B \Leftrightarrow \neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k) \vee B .$$

若 A_1, A_2, \dots, A_k 推出结论 B 的推理是有效的, 则 $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k$ 为真时 B 也为真。对命题变元的任意一组赋值, 只有两种情形出现: (1) $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k$ 取值 0; (2) $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k$ 取值 1。在第一种情形, $\neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k)$ 取值为 1; 在第

二种情形， B 取值为 1。无论何种情形，总有 $\neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_k) \vee B$ 取值为 1。于是 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_k \rightarrow B$ 为重言式。

充分性。设 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_k \rightarrow B$ 是重言式，则对应蕴含命题恒取值为 1，由蕴含命题的真值表，不会出现 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_k$ 为真但 B 也为假的情况。于是 A_1, A_2, \dots, A_k 推出结论 B 的推理是有效的。证毕。

对于判别重言式我们已有多种有效的方法：真值表法、等值演算法和范式方法。

上述定理将判断一个推理的有效性转化为判别一个蕴含命题是否为重言式，并不意味着前提 A_1, A_2, \dots, A_k 推出结论 B 的论证等同于蕴含命题 $A_1, A_2, \dots, A_k \rightarrow B$ 。作为蕴含命题， $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_k \rightarrow B$ 可取值为 1 或 0。但作为论证，当且仅当 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_k \rightarrow B$ 是重言式时，其对应着一个由前提 A_1, A_2, \dots, A_k 推出结论 B 的推理。

第五章习题

一、确定下列论证的前提和结论：

- 1、我的粥都没有了 (p)，一定有人吃了它 (q)。(前提： 结论：)
- 2、这不可能是堪萨斯 (p)，所有的事物都是有颜色的 (q)。(前提： 结论：)
- 3、雪是白的，该物是黄的 (p)，所以该物一定不是雪 (q)。(前提： 结论：)
- 4、周一、周三和周五我们都有课 (p)，今天是周一 (q)，所以我们一定有课 (r)。(前提： 结论：)
- 5、你的车从不换油 (p)，也从不检查冷却剂 (q)，这样，你的发动机不久就会出毛病 (r)。(前提： 结论：)

二、确定下列语段是论证还是说明。如果是论证，哪些是前提？哪些是结论？

- 1、他今天没有来上课 (p)。一定是因为病了 (q)。(论证 说明 前提： 结论：)
- 2、许多人最近迷恋超自然的神秘异教 (p)。这一定是因为他们对传统宗教的失望 (q)。(论证 说明 前提： 结论：)
- 3、家用计算机的价格近年来不可思议地大幅下降 (p)。我相信这是因为微晶片的生产成本已经直线下降 (q)。(论证 说明 前提： 结论：)
- 4、我不带眼镜阅读就头疼 (p)。眼镜疲劳一定是我头疼的原因 (q)。(论证 说明 前提： 结论：)

三、判断下面论证有效还是无效。

- 1、如果林肯在一起汽车事故中被杀害，则林肯死了。林肯在一起汽车事故中被杀害。因此，林肯死了。
- 2、如果林肯在一起汽车事故中被杀害，则林肯死了。林肯没有死。因此，林肯没有在一起汽车事故中被杀害。
- 3、所有鸟都是动物。所有树都不是鸟。所以，所有树都不是动物。
- 4、阿尔文喜欢简，简喜欢克里斯。因此，阿尔文喜欢克里斯。
- 5、可能麦格罗将赢得下届总统选举。可能兰伯特将赢得下届总统选举。所以，可能麦格罗和兰伯特都将赢得下届总统选举。

四、下面论证那些是可靠的？那些不可靠？为什么？

- 1、所有猫是哺乳动物。所有哺乳动物都是动物。因此，所有猫是哺乳动物。

- 2、“宴会开始！”或者是夜歌语句或者一个陈述。“宴会开始！”是一个语句。因此，“宴会开始！”不是一个陈述。
- 3、如果泰姬陵在肯塔基，那么泰姬陵在美国。但泰姬陵不在美国。因此泰姬陵不在肯塔基。
- 4、所有哺乳动物都是猫。所有猫都是动物。因此，所有哺乳动物都是动物。
- 5、莎士比亚写了“哈姆雷特”。托尔斯泰就是莎士比亚。由此可以推出，托尔斯泰写了“哈姆雷特”。

五、用反例证明下列论证是无效的。

- 1、所有真正的美国人都不是间谍。有些俄勒冈人不是间谍。所以，有些俄勒冈人是真正的美国人。（A：真正的美国人；B：俄勒冈人；C：间谍）
- 2、所有石头都是没有感觉的。有些哺乳动物是有感觉的。因此，所有哺乳动物都不是石头。（A：石头；B：哺乳动物；C：感觉）
- 3、有些聪明人是极端不道德的人。所有极端不道德的人都是不幸福的。所以，有些不幸福的人不是聪明人。（A：聪明人；B：极端不道德的人；C：不幸福的人）
- 4、每一曲摇滚乐都是酷的。所有愚人乐都不是摇滚乐。因此，所有愚人乐都不是酷的。（A：摇滚乐；B：愚人乐；C：酷的）

六、判断下列论证形式是否有效。

- 1、 $p \rightarrow q \vee (r \wedge s)$, $p \vee \neg s$, $q \vee \neg r$. $\therefore \neg p \vee q$.
- 2、 $p \vee (q \rightarrow (\neg r \leftrightarrow s))$, $\neg p \rightarrow \neg s$, $(p \wedge \neg s) \rightarrow r$. $\therefore \neg p \rightarrow q$.
- 3、 $p \leftrightarrow (r \rightarrow \neg q)$, $\neg p \rightarrow r$. $\therefore \neg q \rightarrow p$.

七、将下列论证形式化并用真值表判定是否有效

- 1、如果丹麦拒绝加入欧洲共同体，那么若爱沙尼亚依然处于俄罗斯势力范围内，则芬兰将不接受自由贸易政策。爱沙尼亚依然处于俄罗斯势力范围。因此，如果丹麦拒绝加入欧洲共同体，则那么芬兰将不接受自由贸易政策。
- 2、如果人是完全理性的，那么人所有的行为是可被提前预测的或者宇宙基本上决定论的。并非人的所有行为都是可被提前预测的。因此，如果宇宙不是基本上决定论的，那么人不是完全理性的。