

数学软件进入课堂的尝试

华东师范大学数学系 陈志杰

在 98 级的《高等代数与解析几何》课程改革试验过程中,我尝试让学生早日接触数学软件,作为培养面向二十一世纪的大学生的一个侧面,取得了很好的结果。

我的具体做法是这样的:在一年级上学期的中间,我让学生自愿报名,建立一个计算机课外小组。结果有将近一半的学生报了名。除了一位同学在中学时参加过校园网的建设,有编程经验,水平较高外,其他同学都只有起码的计算机知识。属于计算机脱盲水平。根据我们课程的特点,我把重点放在用计算机作几何图形的立体图上。由于课堂上已经讲了用正投影作立体图的原理及公式,我教他们用 Maple 作图。可是到了第二学期同学的课程排得满满的,很难找到公共的上机时间,只能分散自己做,没有指导,也影响了他们的兴趣。直到第三学期,教学内容相对松了一点,我就逐步布置三个课外作业,都与计算机有关:第一个是用 Maple 做一个动画。重点是与解析几何联系,可以演示曲面的生成等。第二个作业是用吴文俊的机器证明理论,自己找一个初等几何的命题,利用 Maple 的相应软件包加以证明;第三个作业是利用我在数学系新安装的“网上对谈式数学服务站”(简称 WIMS)上所建立的虚拟班级,让学生自己登录并完成其中预先设定的练习。这些练习都需要学生自己利用课外时间上机完成,因为上课时间机房没有空。我再三强调这些作业的关键是要发挥各人的创造力,不要模仿书本或例题,而要有一点自己独创的东西。人家已有的东西再好也是人家的,而自己的创造再小再幼稚,也是宝贵的。实践的结果证明学生中确实蕴藏着很大的潜能,问题是要把它激发出来。

结果听课的 51 人中有 48 人作了图,34 人完成了机器证明的作业,49 人登录到虚拟班,其中 41 人完成了指定的全部练习。在 1999 年的最后一堂课上,我利用多媒体教室,在制图作业中选取了 27 个向全班作展示,由作者简介其创作意图,并让全班同学投票选出最优秀的 3 个,赠送了奖品(两个软盘)。这两节课是在空前轻松活泼的气氛中度过的。展示的作品充分显示了学生中潜在的创意能力。例如林浩同学的作品是一个球形水滴落入水面所激起的向远处传播的波纹;范黎斌同学画了一个停留在空中的直升机,其水平翼及尾翼都在不停旋转;顾东磊同学则模拟了各种参数的阻尼振动情形;还有好几位同学模拟体育运动,有投篮的,有乒乓和排球的发球的。王明玉同学则设计了一个讲解旋转面的教案,用各种动画演示了旋转面的生成,再配以讲解,很有新意。同学们的积极性和创造力很出乎我的意料。因为 Maple 毕竟是数学软件,动画仅是它的一个辅助功能,而且我仅仅给了他们一个作简单动画的示例,教过几条基本的命令,还发过一个介绍 Maple 用法的讲义,要他们自己摸索。同学能做出如此复杂的图像,实属意外。

学期结束时我要求同学自愿写一点对数学软件辅助教学的看法以及建议。同学们的响应是热烈的。从同学的反馈来看,这次试验是成功的。以下是我对这次试验总结的一些体会。

首先,布置以创新为主导的课外作业给同学提供了一个自由发挥的舞台。它具有很大的伸缩性。时间紧的同学可以做一个比较简单的作业,而有兴趣的同学则可以做得很深入。用数学软件作图的最低层次是理解一个方程所对应的几何图形,增强立体观念。而要作出

一个动画就不是这么简单了。它实际上是头脑中先有图形，然后再去寻找合适的描述方程。与新型号汽车的外形设计有着相似之处。你必须先有一个创意，然后选择合适的数学模型去实现它。由于动画是由一幅幅画面顺序组合而成，因此你必须考虑好如何让它动起来。这些都是对解析几何知识的灵活应用。而且不少动画跟物理有关，其运动方程必须符合力学原理。像岳文举同学设计了一个排球发球的动画，大家看了都觉得似乎是触网球。不过 Maple 有一个好处，可以改变视角。由水平角度去看，毛病就出来了。原来这是一个地滚球，仔细检查后发现，这是由于岳文举同学把 y 轴的方程与 z 轴的方程写反了。而黄兵同学画的投篮，则从不同角度将球都从篮圈中间通过。大家就从这生动活泼的气氛中学到了活的知识。像邵亦佳同学写道：“对于 Maple 软件，慢慢从好奇到枯燥又转为有趣。刚开始，对可能用它制图，感到神奇得不得了。可久而久之，画个图要费那么大的周章，且隔了一段时间，什么曲线曲面的参数方程全被忘了，要从头看一遍以前的笔记，一个字‘怕’。可当布置了作业要画个动画时，一点点投入创作过程，看到自己制作的成果，那种喜悦亦是言语无法表达。特别当高代最后一节动画演示会上，看到同学们或简单或复杂（也有搞笑的）作品就更加有体会。每个作品都凝结了创作者们的辛苦和智慧。回顾以前种种，我觉得开这门数学软件辅助教学还是很有意义，有价值的。”范文豪同学说：“在 Maple 的学习过程中，我可以按照自己的思路去设计，去制作，去尝试，在尝试中摸索，在摸索中前进，在前进中成功。这一方面提高了我对数学的兴趣，更重要的是培养了我的创新意识，独立完成的能力，以及发现问题，解决问题的能力，并使我在几何作图的同时，巩固并加深了书本上的知识。”他们的话都是有代表性的。

第二个体会是应用数学软件也要考虑提高数学的趣味性。由于我们中学盛行的应试教育，使得数学成了解题的同义词。而高等数学的概念多，理解难，使得学生感到枯燥乏味，再加上理解困难就更难激起他们的学习积极性。我选取用 Maple 作动画这一课题就是为了给抽象的方程以直观的几何形象，提高他们的兴趣。而肖刚教授开发的“网上对谈式数学服务站”更是一个寓教于乐的好工具。像数学拼图就含有仿射变换的原理。许多练习都有着游戏的外貌，而内部却包含着同学们已经学过的数学原理。难怪不少同学“玩”得“第一次忘记了吃饭”。我们还是用同学自己的话来总结吧。邹玲同学说：“以前，我一直以为数学是很枯燥无味的，只有重复的计算、证明。所以我对数学一直不怎么感兴趣，为了学习而学习。开始用 Maple 作动画之后，我确实感到思路拓宽了不少，而且兴趣也出乎我意料之外的浓厚。本来作动画也只是抱着完成任务的心态做，后来没想到入了迷，看见什么东西都想这个能不能用 Maple 做出来。那次上数分课，老师出了一道题，里面的参数方程是圆锥螺线，我就突发奇想，用这个方程作了一个‘冰淇淋’图。我觉得思路真的开拓了不少。”顾叶青同学说：“在学习高等代数与解析几何中运用数学软件，这不仅是体现高校数学教学中的一大突破，更重要的是让我们增强了对这门课的喜好程度。特别是对刚进高校的高中学生来说，高代题目是一种极为抽象令人费解的东西，总觉得这些东西在实际生活中无所用处，从而对知识点容易忘记或者根本没吸收，心里还会觉得我们所学习的知识跟不上计算机快速应用发展的今天。不过，在教学过程中运用数学软件，特别在那由肖刚先生开发的课外上机作业后，不禁觉得数学的乐趣，更觉得有一股优越感。当用 Maple 作图打印出来后，那种感觉无法用言语表达。”张越兰同学说：“我觉得对数学软件的试用是达到了很大的效果的。这大大加强了我们对学习这门课程的兴趣。这从第一次上课忘了吃饭和以后几次机房爆满的现象来看，是十分明显的。我喜欢这样的形式。作业变成了不是老师要我们完成的了，而是我想去完成它。看到计算机作出肯定回答很兴奋。计算机教学软件使有些练习变得生动有趣。”同学们的生动话语给我们的启示就是：努力使数学变得更有趣，更吸引人，在提高学生的学习积极性方面的作用是不可低估的。

还有一个出乎我意料的收获是同学们反映出来的成就感和自信心。当他们看到自己想

象中的东西终于成为现实时，一股成就感油然而生，也增强了自己的自信心。像李珍同学说：“我本人在数学的学习上，由于方法不太好或者是接受能力太差，成绩一直不能使自己满意。曾经一度消沉。但数学软件的应用教学，使我充分认识到兴趣是最好的老师。不论什么知识，只要你想学，只要有兴趣学，就一定能学好。”王玺珏同学说：“在上两个学期的学习中，的确对有些知识学起来觉得很困难，自信心受到很大的打击。现在自己居然也可以把任务完成得这样出色，自信心好像又回来了。特别是利用吴消元法作证明时，看到最后一个‘0’的出现，心里特别高兴。”林进伟同学说：“刚接触(Maple)难度比较大，但凭着一份执着与努力，终于弄清原理与结构，尽管有时绞尽脑汁 这个为什么不能运行，错什么地方，尽管自己画的图并不怎样，但做完后的心情并不亚于高考后得到入学通知书的情景。”这种心情在原来成绩中等或偏下的同学中特别强烈。而且他们说的确是实话，在期末考试中这些同学的成绩都有明显的提高。

当然我们不能把数学软件的作用说得太神。数学软件有很大的局限性，并不能代替人的思考。而且现代数学要学的本领之一就是能“看到”现实世界中不存在的数学对象。所以原来基础较好的同学的反响就远不如中等同学那么强烈。有的甚至有不同看法。如陆俊同学（他是班级的尖子）就认为“对 Maple 教学有很大误导：许多人认为 Maple 是用来画‘卡通画’的，而不是用来研究具体数学内容的。尽管他们花大量精力，编造了大量巧妙函数来制作一幅‘成人漫画’，但这是毫无意义的工作。我个人认为 Maple 教学的目标应该放在程序设计和函数应用两个方面上。应用 Maple 好坏要看这两方面上所下的功夫。所以有无创新也要看这几方面，而不是看一两幅‘漫画’。”我想陆俊同学的说也许反映了一些成绩较好的同学的想法。因为他们不屑于花很大功夫去画‘漫画’。因此画得好的同学往往学习成绩并不怎么样，在班级里也许是不引人注目的人。不过我想如果通过画图提高了这部分同学的兴趣和积极性（如上所述，确实不少同学的成绩有显著进步），这就是一大收获。每个人都有自己的闪光点，这些同学展示了自己的长处，得到了赞扬，提高了自信心与积极性。而调动这些同学的学习积极性往往正是思想教育工作的难点。而且我对作图的要求并不高，只要是自己作出来的，都算合格。至于在全班展示，完全是为了互相交流，提高兴趣。并不施加任何压力。而陆俊同学所说的编程，对于大多数同学来说是以后提高的方向。

同学们也提了不少意见，其中最突出的是觉得指导太少，缺乏参考资料，机房太挤，上机困难等。这都是应用计算机于教学中面临的共同问题。希望以后能逐步得到解决。