

附录二 Mathematica 的基本知识

Mathematica 系统是由英国出生的物理学家 Stephen Wolfram 从 1986 年开始开发的符号计算系统. 现在最新的版本是 Mathematica 6.0. 读者可访问 Mathematica 的门户网站 <http://www.wolfram.com> 以了解最新的进展. Mathematica 6.0 比以前的版本有较大改进, 尤其在图形方面. 考虑到读者不一定能接触最新版本, 因此对于 6.0 版新增的命令, 同时也介绍较早版本的处理方法.

进入 Windows 的桌面并用鼠标左键双击 Mathematica 快捷方式即可进入 Mathematica. 这时出现一个笔记本 (notebook) 窗口, 并可输入命令进行计算. 长的命令会自动换行, 也可以根据你的设计手动换行, 不过最好在换行前输入一个反斜杠 \, 使得在命令执行时忽略换行符. 命令的末尾不需任何标点符号. 输入完成后, 按 Shift+Enter 或数字键盘的回车键, 就能执行此命令. 读者不妨键入以下命令, 再按 Shift+Enter 让其执行, 看看结果如何.

```
100!
```

你会发现 Mathematica 会自动编号, 在输入的命令前冠以 In[1]:=, 在输出的结果前冠以 Out[1]=. 如果你不想显示执行结果, 只要在命令的末尾加上分号 “;” 即可. 如果需要修改以前输入的语句, 只需把光标移到需修改的位置, 修改完后再按 Shift+Enter 重新执行修改后的语句, 非常方便. 而且可以利用 Windows 的剪贴板功能, 把已输入的语句复制到任何位置.

此外, 空格符仅仅起分隔的作用, 英文字母与符号是自然区分的, 因此有没有空格不会产生异义. 一个空格与连续几个空格的效果也是相同的. 例如 $x+y$ 或 $x + y$ 或 $x \quad + \quad y$ 的效果是相同的.

键盘上的百分号 “%” 代表最后一次运算的结果, %% 表示倒数第二次的结果, %%% 表示倒数第三次的结果. 请试下例:

```
2+Abs[-2]
```

```
(4+%%*6)/(999999-32516)
```

最后, 为结束本次与 Mathematica 的对话, 可选取左上角的 “File” 菜单, 再选 “Close” 菜单项, 就可关闭窗口. 如果需要保存本次对话的内容, 可以选择存为

Notebooks 形式.

如果要知道 Mathematica 各种语句的详细解释以及例子, 只要选中 Help, 再根据菜单进行选择.

为了提高读者的兴趣以及展示 Mathematica 的图象能力, 读者可以尝试下列语句, 观察屏幕显示:

```
Plot3D[x^2+3BesselJ[0,y^2]Exp[1-x^2-y^2],{x,-2,2},{y,-2,2}]
```

如果你使用的是 6.0 版本, 那么当鼠标移动到图形上面时其光标变成一对代表旋转的箭头. 这时按下左并移动鼠标就会使图形改变视角. 不过较早的版本没有这个功能.

下面我们介绍一些 Mathematica 的基本知识. 要提醒大家的是, Mathematica 的函数名都是以英文大写字母开头的, 而且自变量放在方括号 [] 内, 而不是圆括号.

算术运算表

运算	符号或函数	例
加法	+	2+2
减法	-	10-x
乘法	空格或 *	3 x y 或 3*y*z
除法	/	x/2
方幂	^	x^2
阶乘	!	10!
取整商	Quotient[...]	Quotient[17,3]
余数	Mod[...]	Mod[10,7]
绝对值	Abs[...]	Abs[-4]

在数字、符号和字母连续输入中间不留空时, Mathematica 会自动识别成不同的量的乘积. 例如 $3x$ 相当于 $3*x$, x^2y 相当于 x^2*y 等. 但是 xy 就被看作一个变量, 而不是 $x*y$.

Mathematica 的赋值操作符是等号 = (注意前面没有冒号), 并遵循先乘除后加减的运算顺序. 在遇到可能引起歧义的情形, 最好还是加上括号. Mathematica 的括号就是通常的圆括号 (和).

Mathematica 的变量名是以字母开头的, 可以包含字母、数字的字符串, 而且区分大小写. 为了与预定义的函数区分, 自定义的变量应该以小写字母开头.

读者可以输入下列语句看看会得到怎样的结果:

```
force=mass acceleration
```

```
mass=3000
```

```
acceleration=9.8
```

```
force
```

```
mass=3500
```

```
force
```

Mathematica 的一些数学常数表

常数	Mathematica 命名
整数	-47, 1, 2
有理数	3/5, -1/3
浮点数	1.0, .002, .35 10 ⁻⁴⁵ ,
真, 假	True, False
π (圆周率)	Pi
e (自然对数的底)	E
$\sqrt{-1}$	I
度数 ($\pi/180$)	Degree
∞	Infinity

Mathematica 的部分数学函数表

函数	Mathematica 命名
e^x (指数函数)	Exp[x]
$\ln x$ (自然对数)	Log[x]
$\log_b x$ (以 b 为底的对数)	Log[b,x]
\sqrt{x} (平方根)	Sqrt[x]
$ x $ (绝对值)	Abs[x]
极小值, 极大值	Min[...], Max[...]
把 x 舍入为最接近的整数	Round[x]
把 x 截断成整数	IntegerPart[x]
x 的分数部分	FractionalPart[x]

函数	Mathematica 命名
最大公因子	GCD[...]
最小公倍式	LCD[...]
符号函数 $\text{sign}(z) =$ $\begin{cases} 1, & \text{对实数 } z \geq 0 \\ -1, & \text{对实数 } x < 0 \\ z/ z , & \text{其他情形} \end{cases}$	Sign[z]
三角函数 (角的单位是弧度)	Sin[x], Cos[x], Tan[x] Sec[x], Csc[x], Cot[x]
反三角函数	Arcsin[x], Arccos[x], Arctan[x], Arcsec[x], Arccsc[x], Arccot[x]
双曲函数	Sinh[x], Cosh[x], Tanh[x], Sech[x], Csch[x], Coth[x]
反双曲函数	Arcsinh[x], Arccosh[x], Arctanh[x], Arcsech[x], Arccsch[x], Arccoth[x]
$n!$, $\Gamma(x)$	n!, Gamma[x]
$\binom{n}{m}$ ($= C_n^m$)	Binomial[n,m]
余数 (符号同 b)	Mod[a,b]

如果输入的常数都是整数, 那么 Mathematica 运算得出的都是精确值. 例如 $2/3$ 的结果是 $\frac{2}{3}$, $2/3+1/4$ 的结果是 $\frac{11}{12}$. 要得到一个表达式 expr 的浮点数近似值, 可使用函数 //N, 例如执行 $2/3+1/4//N$ 的结果是 0.916667.

现在再请读者试一下输入下面的语句观察 Mathematica 是如何化简表达式的.

```
expr1 = (x+y+x+x x x+x)/2
```

```
expr2 = ((4expr1)-2y)/x
```

```
bigexpr = Sin[expr1]/Log[expr2^2]
```

读者会注意到 `expr2` 和 `expr3` 没有被约简. 这需要使用下面常用的代换函数以及化简函数:

```
表达式/. 变量-> 代换式
表达式/. {变量1 -> 代换式1, 变量2 -> 代换式2, ...}
Simplify[表达式]
```

例:

```
x^2-9/.x->3+y
```

```
(x+y)(x-y)^2/.{x->3,y->1-a}
```

又如:

```
expr1=(x+y+x x x+x)/2
```

```
expr2=((4expr1)-2y)/x
```

```
Simplify[expr2]
```

Mathematica 的集合是一个十分灵活的数据类型. 它与数学中的集合不同, 允许其中的元素有重复, 其实 Mathematica 的集合更像有顺序的表或数组. 不过它的定界符是花括号 `{ }`. 此外, 许多运算或函数可以同时作用于集合的每个元素之上. 例如输入以下两行命令后:

```
v={2,3,4}
```

```
2v+1
```

执行结果是 `{5,7,9}`, 即对集合的每个元素都执行了同一运算. 集合的元素可以是多种对象, 也可以是集合中包含集合, 成为一个矩阵. 例如输入

```
a={{1,0},{0,1}}
```

就使得 `a` 成为 2 阶单位矩阵. 函数 `MatrixForm[表达式]` 或命令 `//MatrixForm` 能使集合显示成矩阵的形式. 例如下面两个命令的效果是相同的.

```
MatrixForm[a]
```

```
a//MatrixForm
```

为了指定集合中的元素, 可以使用 `v[[2]]`、`a[[1,2]]` 形式的命令. 注意这里使用的是双重方括号. 根据前面输入的 `v` 与 `a`, 有 `v[[2]]=3`, `a[[1,2]]=0`.

Mathematica 的集合运算表

数学运算	Mathematica 运算
$A \cup B \cup \dots$	<code>Union[A,B,...]</code>
$A \cap B \cap \dots$	<code>Intersection[A,B,...]</code>
$A - B$	<code>Complement[A,B]</code>

在上面的集合运算结果中, 同一个元素只出现一次.