

中学数学课程教材改革的钟摆 ——以平面几何为例

人民教育出版社 章建跃

zhangjy@pep.com.cn

一、关于数学课程目标的思考

- 基础教育的根本目标是提高国民素质，培养合格公民，但也要有精英教育。
- 不同学科有不同的特点，在育人中发挥着各自独特的、不可替代的作用。
- 数学课程要突出数学的育人价值。“数学是思维的科学”，最核心的育人价值是培养人的逻辑思维能力和理性精神，这才是数学学科的最重要特点。

二、几个观点

- 只有充分发挥数学的内在力量，才能实现数学育人的崇高目标！
- 理解数学，理解学生，理解教学——数学教师专业发展的基石，也是提高数学教学质量的基础。
- 数学教育研究的基本目标——把数学教得像数学。
- 常识，往往视而不见，甚至总是被忘记！

三、为什么要重视平面几何

- 平面几何因其基本概念的明确性和推理论证的严密性，历来是培养学生的逻辑思维、推理能力和理性精神的最好载体。当我们把数学教育的目标聚焦于空间观念、几何直观、推理能力、理性精神、数学建模等关键词时，就会毫不犹豫地说，平面几何是不可替代的。
- 推理的规则是需要教的，基本的证明方法应讲清楚，具体题目应放手让学生做。

四、百年数学课程教材变革概况

- 清末（1902—1911）——序曲
- 废除科举，模仿日本而初定学制，中学修业五年，有钦定学堂章程、奏定学堂章程、改制学堂章程等；
- 翻译日本、英国等教科书，其中查理斯密代数、温德华士的教科书比较流行，还有一些学校直接使用原版教材；
- 教科书采取分科体系。

平面几何教材

- 几何在中学堂的第2—5年开设，要求“详于论理，使得应用于测量求积等法”。中学数学教科书，以翻译或编译为主，少量自编，几何教材基本是欧几里得《几何原本》的缩编、改写，基本保持其体系。
- 一般按照“定义—定理和证明—问题”的顺序，其中“问题”相当于现在的“习题”。教学的问题完全交给教书先生去处理。

定義 17. 對頂角 二直線相交。其相對之角。爲對頂角。

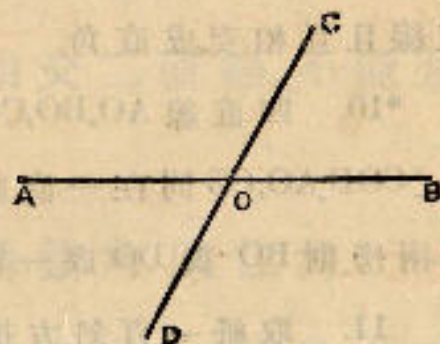
定理 4. 二直線相交。對頂角必互相等。

解 設二直線 AB, CD
相交於 O 點。題言

$$\angle AOD = \angle BOC$$

及

$$\angle AOC = \angle BOD$$



證 \because COD 爲直線。 (原設)

故 $\angle AOD + \angle AOC = 2R. \angle$ [定理 2]

而 AOB 亦爲直線。 (原設)

故 $\angle BOC + \angle AOC = 2R. \angle$ [定理 2]

$\therefore \angle AOD + \angle AOC = \angle BOC + \angle AOC$ (公理 (3))

$$\therefore \angle AOD = \angle BOC$$

同理 $\angle AOC = \angle BOD$

問題 6. 五直線相會於一點若所作之五角等則各角爲直角五分之四。

7. 有大小兩角互爲補角大角爲小角之二倍問小角爲四直角之幾分之幾。

8. 兩隣角互爲餘角求其兩二平分線所作之角幾何。

9. 兩直線相交作四角其各平分直線必成二直線且互相交成直角。

*10. 四直線 AO, BO, CO, DO 相會於 O 點且 $\angle AOB = \angle COD$ AO, CO 同在一直線上而 BO, DO 在直線 AOO 之兩傍則 BO 與 DO 成一直線。

11. 取紙一頁斜方摺之平分此紙之原補角之直線必與摺邊成直角。

第一个时间点：1913年

- 模仿德国，中学学制4年；
- 1913年颁布了“课程标准”；
- 本时期我国自编了很多中学数学教科书，而且被大量采用，质量也不错，例如商务印书馆出版的“共和国教科书”、“民国新教科书”，中华书局出版的“新制教科书”等等。
- 翻译教科书、原版教材仍然流行。

平面几何教材

- “数学要旨，在明数量之关系，熟习计算，并使其思虑精确。数学宜授以算术、代数、几何和三角法。女子中学校数学可减去三角法。”平面几何在第2，3，4学年开设。
- 自编教材增多，如《共和国教科书·平面几何》（黄元吉编，商务印书馆），《民国新教科书·几何学》（秦汾、秦沅合编，上海商务印书馆），《新制平面几何学教本》（王永炅、胡树楷编，中华书局）
- 《温德华士几何学》（[美]Wentworth，张彝译，商务印书馆）也很流行。
- 教材的结构、内容、呈现方式等没有多少变化。

第二个时间点：1923年

- 推行“平民教育”，杜威来华讲学，实用主义及职业教育思潮影响到中国；
- 模仿美国，实行新学制，初、高中各3年；
- 初、高中都实行学分制；
- 高中实行分科：普通科（升学为主），师范科、商业科、工业科、农业科、家事科。

1923年颁发“新学制课程标准纲要”

- 《初中纲要》规定：初中算学，以初等代数几何为主，算术三角辅之；**采用混合方法。**
- 《混合算学教科书》模仿美国当时流行的教科书编排方法，“以代数、几何为主，算术、三角为辅，合一炉而冶；不拘门类，循着数理自然的秩序；编法特出心裁，和一切旧本，迥然不同。”

- 张鹏飞的《混合法算学》六册(1923)，程廷熙与傅种孙合编的《混合数学》六册(1923)，《实用主义教科书》（1924年，科学会）。
- 胡敦复、吴在渊在《几何学》的“编辑大意”中说：“我国旧有之几何教科书，先属英派，后为美派，本书参酌英美，加以法派之教材。”各种混合算学教科书的编排体例，明显地借鉴了美国布利氏《新式算学教科书》。
- **“混合教科书” 在实践中遭到抵制。**

段育华编 《新学制混合算学教科书》

- 第一册 以算术为主。时时输入代数、几何的观念，以为辅助。
- 第二册 代数正式开始。前册未完算术插入，几何只讲作图。本册是算术向代数、几何的过渡。
- 第三册几何正式开始。三—五册都以代形参伍并授，分量略相等。时合时分，全看数理上的可能，不稍牵强。

第四册

- **代形参伍并授，结构天成：从乘积引起因子分解；从因子分解引起二次方程；从二次方程与面积的关系引起平行四边形及几何求积；从面积的几何引起毕达哥拉斯定理；从毕达哥拉斯定理引起根式的运算；从根式运算引起线段比与无理数；从线段比引起比例线段；从比例线段引起相似形；从相似形引起正余弦切；从三角学的应用算法引起近似计算与误差，以为收束。**

- 第五册 “从圆的几何，经其它曲线，渐渐引入代数，末复归到圆，以为收束。”
- 第六册 “将全书分作算术、求积、几何、代数、三角五大部，使学生于混合之余，仍得略知分科的系统。”

第三个时间点：1932年

- 1927年4月，南京国民政府成立。
- 1928年3月公布《中学暂行条例》。
- 1929年8月公布《初级中学课程暂行标准》，10月公布《高级中学课程暂行标准》，规定初中总学分为180分，数学30学分；高中总学分为136分，数学19学分。
- 1932年公布《初级中学课程标准》，1933年公布《高级中学课程标准》。1936、1941年经过两次修订。
- 初、高中教育以升学预备为主要职能。

- 1932年的“正式标准”取消了学分制，改为时数单位制。
- 教材结构体系用分科并教制或混合制，由各校自行酌定。
- 教学内容和要求，“初中算学以计算为中心。基本观念，务求彻底明了，教材不取复杂繁重。其偏重理解及形式训练之教材，均应留待高中时补充。”
- 练习题强调：（甲）多选实际问题，少选抽象问题；（乙）多选常态生活问题，少选假设疑难问题。

- **将实验几何与理解几何分开，单独列为初中第二学年的学习内容之一，** 具体内容包
括：平面几何图形，基本作图题，用量法
发见直线形、圆等之特性，三角形作图题
及图解法，平面形之度量，空间几何图形，
立体面积及体积之度量。

“20世纪30年代现象”

- 20世纪30年代，以初、高中数学课程标准颁布为标志，我国中学数学教育取得了令人瞩目的进步，数学教育的体系渐趋完善。随着正式课程标准的实施，先后又出版了大量中学数学教科书（有110多种）和中学数学教学参考书（近80种）。
- 培养出许多世界级大师，钱学森、杨振宁、李政道、陈省身……

- 出版教科书的有：商务印书馆、中华书局、开明书店、世界书局、大东书局和正中书局等。
- 范氏大代数、三S几何学对我国数学教育有重要影响。“学理随时代而推进，教材因需要而变更，任何科学皆如是……欲求一善本，足为后学南针者，诚不可得，范氏Fine大代数College Algebra一书，久为美著中之佼佼者，取材宏富，深浅合度，洵为高中代数之标准课本。”——高佩玉译本序言

傅种孙 《高中平面几何讲义》

- 本书1925年写成，经过八年试教，于1933年由北师大附中算学丛刻社正式出版。
- “以方法为经、以教材为纬”。
- 本教材“贯穿着严密的公理法精神，讲解透彻而细致，使学习者不但能对平面几何有更好的理解和掌握，并且能对进一步学习现代数学做好思想方法上的准备。”（王世强）



- 几何之务，不在知其然而在其所以然；不在知其所以然，而在何由以知其所以然？读定理，既知其然；有从而证之，以见其所以然。若此所谓证者，仅口得而传，心不得而求，则此流传二千载，用遍五大洲之十三章经（即《几何原本》），亦特教员专利之秘方耳，曷足贵哉？初中于平面几何之教材，已讲授不少，惟于方法之运用尚欠熟练耳；故高中宜特别偏重焉。本书于第一篇汎论推证之法；而第二篇之于证定理，第四篇之于解作图题，概以方法为经，以教材为纬。凡此种种，皆欲启发学者，示以思维之道耳。

本书的篇目

- 首篇 征引录（3章）：导言。基本义理。初中平面几何摘要。
- 第一篇 推证通法（4章）：顺证法及反证法。逆定理。综合法与分析法。归纳法。
- 第二篇 证题杂术（8章）：相等。垂直。平行。和差。代数证法。共线点和共点线。共圆点和共点圆。不等。
- 第三篇 几何计算（3章）：线段计算。相似形。多边形的面积。
- 第四篇 作图（3章）：基础。方法。代数分析法。
- 第五篇 轨迹（5章）：释类。轨迹之意义及轨迹定理之证法。描迹。轨迹问题。轨迹应用。
- 第六篇 极限及极大极小（2章）：极限。极大极小。

推证通法及其应用

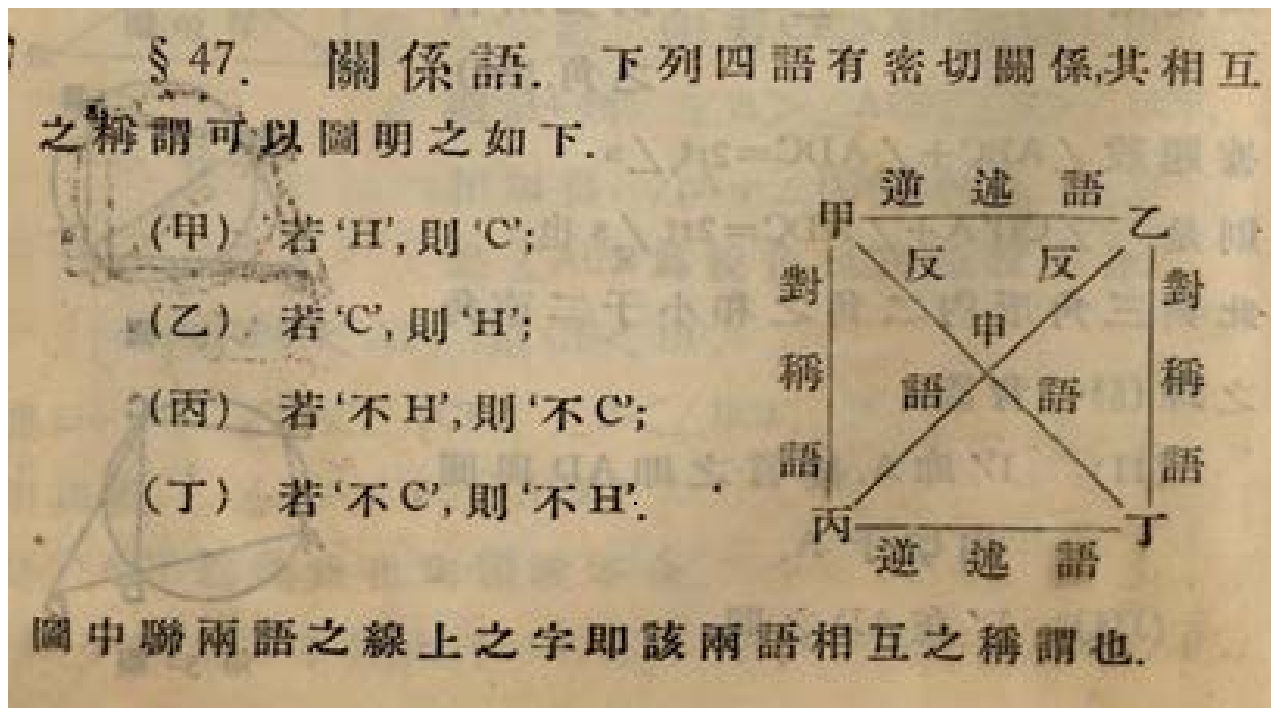
- 先介绍几何论证之本源，再介绍欧几里得几何要义，列举“基本义理”（定义、公理）和初中已学平面几何概要，然后，先介绍“推证通法”，再以“证题杂术”为篇名，在讲解各种几何问题（如相等、垂直、平行、和差、共点、不等）的证明方法的过程中，“示以思维之道”，使学生学会思考。

综合法与分析法的关系

- 几何之一切因由皆在公理，公理才数十耳。由此数十公理所繁衍之果，即一切定理是也，其数何止万千！是故就因求果，支歧难穷；执果索因，寻根较易。此几何思想之所以重分析法也。

首创四种命题间的关系图

- 如图所示的方形图，简单明了地表示出四种命题间的关系，“成为辨别命题真伪的试金石，一直沿用至今”。



汪桂荣：初级中学实验几何学

- 1935年由正中书局出版。编写中提出六个“注重”：
 1. 注重实用教材之关系，并使学者能用几何解决各种实用问题。
 2. 注重自发活动。一切命题，均由学者自行作图，自行测量，自行寻求结果。一切模型，均由学者自行制造，自行研究。
 3. 注重归纳方法。一切结论，均由学者从实例中归纳得来，应用演绎之处甚少。

4. **注重学习心理。**关于名词之解释，注重实例说明，不用严格定义。当引用折纸方法指示结论，学者读之颇有兴趣。
5. **注重融合制度。**凡与算术及代数有关之处，务使与该科设法联络。
6. **注重充分练习。**凡尺，圆规，量角器，三角板等之使用，均给以多数有变化的习题，使之练习，务使学者对于若干名词，若干结果，得于充分练习之中，不知不觉记忆纯熟，并能自由使用之。

三S几何学

- 民国初年“温德华士(Wentworth)几何学”在我国使用极广，到三十年代逐渐被《三S几何学》所代替。
- 傅种孙：近百年来几何教科书独如雨后春笋，既萌既滋者，原因所在，约有三端：一日适应实用，二日便利教学，三日谨严理论……即今所见之几何教科书，独此篇为具备三义。

- 同人从事于中等教育有年矣，所见几何教科书不下数十百种，依违更易，未知所从。若Hamblin-Smith一流之书，以时代思潮论之，已远在十八世纪之末；Wentworth之书，仿佛十九世纪初叶之风，Wentworth-Smith之书，小处有进步，大处无足取。近世外邦虽有较切实用之作，然国情不同，器用具异，彼邦之切于实用者，吾国用之转多窒碍。纯尚理论之书固迭有出版，然皆不足为初学道。惟本书敬慎周详，尚合吾国中学教学之用。

抗战和解放战争时期

- 1941年5月，“重行修正初、高中数学课程标准”公布施行。
- 取消混合数学。
- 1932年成立国立编译馆。1942年扩大，成立“教科用书组”，把已编成的课本稿本，依新修订的课程标准重行修改成正式的统一课本。1946年以后，中学教科书由审定制改为国定制，要求各学校一律改用国定本。
- 教科书体系已比较科学。

中华人民共和国前50年的教材建设

- **第一阶段，中华人民共和国成立初期（1949——1951），改编、选用旧教材，包括老解放区课本和国民党统治区的课本，其中许多是西方的译本；**
- **第二阶段，翻译、改编苏联教材（1952——1957），先照搬苏联教材，然后再“中国化”； ——第四时间点：1952年**

- **第三阶段，编写符合中国实际的教材的第一次探索与实践（1957——1966），1963年前后编写出版的教材具有重视基础知识、基本技能训练，科学性、思想性和系统性较强等特点，初步形成了具有中国特点的数学教材编写方式；**
- **第四阶段，文化大革命时期的教材（1966——1976），各地方自行编写教材；**

- **第五阶段，拨乱反正与改革开放初期编写统编教材（1977——1988），为了适应“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”的要求，在继承“文革”之前教材编写优良传统的基础上，以“精简、增加、渗透”为指针，编写适应改革开放需要的教材；**
- **第六阶段，编写与实施九年义务教育相适应的教材（1989——2000），为了适应“公民教育”的需要，强调“大面积提高教学质量”，为提高国民素质打基础，小学、初中教材初步实现“多样化”。**

这一时期教材体系的变化

- 文革前，均采用分科制；
- 1978年大纲提出“把精选出的代数、几何、三角等内容和新增的微积分等内容综合成一门数学课”，但实践中有不同看法；
- 1982年，恢复“分科制”：代数、平面几何、立体几何、平面解析几何、微积分等；
- 1997年，义务教育初中阶段分科；高中“综合编排”，设必修、限定选修和任意选修。

第五个时间点：1963年

- 教育部于1960年1月6日给国务院提交“关于修订中、小学数学教学大纲和编写中、小学数学通用教材的请示报告”，提出“小学学完全部算术课程（初中算术1958年已开始下放小学，到1961年暑假下放完毕）；初中学完平面几何和代数的二次方程（高中平面几何和二次方程到1962年暑假下放完毕）”。

- 1961年，中央文教小组指示，在总结已有经验的基础上，“重新编写一套质量较好的全日制十二年制中小学数学教材”。人教社做了大量工作：追溯中国数学课程演变史（从教学要求、教材内容、教学时数、教学方法等四个方面），国际（苏联、民主德国、美国、日本等）数学课程教材比较；深入调查1958年以来的数学教改，写出大量调查报告；从1961年开始起草“教学大纲草案征求意见稿”；1962年开始编写课本，并进行试教，同时送教育部聘请的教材审阅人华罗庚、关肇直、丁尔陞，以及部分省市教师审阅；1963年上半年进行修改；1963年秋季正式出版使用。
- 1963年5月，颁布中小学数学教学大纲。

中共中央印发 《全日制中学暂行工作条例》

- 1963年3月印发，指出：
- 教学计划、教学大纲和教科书要保持必要的稳定，以便教师积累经验，提高教学质量。
- 必须以教学为主，加强基础知识的教学和基本技能的训练，为学生毕业后就业和升学打好必要的文化基础。
- 在小学学好算术，初中学好代数和平面几何，在高中学好大代数、三角、立体几何和平面解析几何，正确地理解数学概念，巩固地掌握定理公式，计算正确、熟练，能够进行综合运算。

“63本”对中国数学教育的深远影响

- 创建了教学大纲的新体系，这一体系在后续教学大纲的制定中得到继承和发展；
- 教学内容和要求趋于合理、科学，小学完成算术学习，初中完成实数、二次方程、函数初步和全部平面几何的学习，高中恢复平面解析几何等；
- 教学大纲明确提出了三大能力，即“正确而且迅速的计算能力、逻辑推理能力和空间想象能力”；

- **小学不分科，中学分代数、平面几何、立体几何、三角、平面解析几何等科直线式安排教材体系；**
- **教材“扎扎实实地加强了基础知识和基本训练，程度已经提高到中国近几十年的最高水平，内容充实，理论严谨，编排科学，讲解细致，注意抓关键、抓重点、分散难点，例习题充足，易教易学”。**

平面几何教材

- 中学的几何科与作为一门科学的欧氏几何有所不同，不应该也不可能按照严格的公理体系来讲授。但是，为了使学生更好地掌握系统的几何知识，并且便于培养他们推理论证的能力，也应该在学生能够接受的条件下，力求逻辑的严谨性。因此，中学的几何科应该以一些公理作为出发点，推导其他的定理。

- **几何教学内容应根据图形性质的内在联系，从简单到复杂，从平面到立体，突出图形的最主要的性质。**

结构体系

- 先讲直线图形的位置关系和相等不等关系，再讲授圆，然后讲授相似三角形，以及需要以相似三角形的知识为基础的三角形的解法，最后讲授正多边形以及圆的周长和面积。
- 为了使有关三角形相等不等的知识集中在一起，以便学生掌握，先讲授平行线，再讲授三角形。
- 作图的知识以及各种基本的证题方法和作图方法，都分散出现，适当阶段再予以总结。
- 为了教学的方便，测量的知识适当集中。

逻辑推理能力的培养

- **第一阶段，判断能力的培养。要求学生在搞清概念的基础上，通过图形直观，能有根据地作出判断。**
- **第二阶段，培养简单推理论证的能力。要求能正确地辨别条件和结论，掌握证明的步骤和书写格式。具体又分：(1)分步写出证明过程，让学生注明每一步的理由；(2)让学生论证一些写明已知、求证并附有图形的证明题，先是只要进行一两步推理的，然后逐渐增加推理的步数，并逐渐出现需要添辅助线的；(3)让学生自己写出已知、求证并自己画出图形来进行论证。**

- **第三阶段，培养对较复杂的证明题的分析能力，从而提高逻辑推理能力。要求学生能根据题中的条件和结论进行“分析”，在可能的几种证明途径中，经过探索和选择，找出论证的途径。**
- **第四阶段，通过各种证明方法的学习，继续提高逻辑推理能力。“三角形边角关系”以前，主要培养学生掌握直接证明的方法，此后，除了继续培养直接推理的能力，还要逐步学会间接证明的方法，如反证法，同一法等。**

• 例：在“定义、公理、定理”之前讲“平角都相等”——第一阶段

把平角 AOB 放到平角 $A'O'B'$ 上, 使顶点 O 和 O' 重合, 边 OA 和 $O'A'$ 重合, 那么因为 AOB 和 $A'O'B'$ 都成一条直线, 所以边 OB 也和 $O'B'$ 重合(图 1.42), 因此平角 AOB 和平角 $A'O'B'$ 相等.



图 1.42

平角都相等.

- 在“平行线”、“三角形”中，证明的每一步中给出理由。

证明：如图 3.14，延长 BC 到 D ，作 $CE \parallel BA$ 。

$\therefore \angle A = \angle ACE$ (两直线平行，则内错角相等)，

$\angle B = \angle ECD$ (两直线平行，则同位角相等)，

$\therefore \angle A + \angle B + \angle ACB = \angle ACE + \angle ECD + \angle ACB$ (等量加等量，和相等)。

$\therefore BCD$ 是一条直线 (所作)，

$\therefore \angle ACE + \angle ECD + \angle ACB = 180^\circ$ (平角的定义)。

$\therefore \angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ (等量代换)。

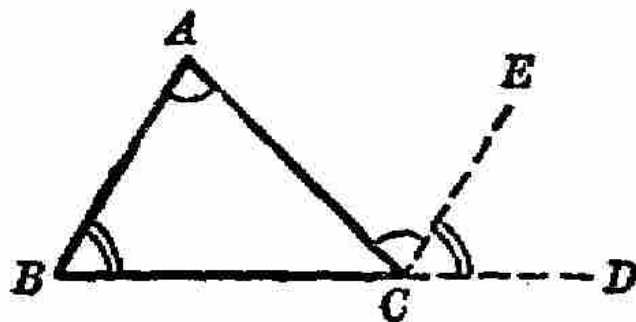


图 3.14

主要缺点

- 对什么是“基础”认识还不够到位，有一些次要、繁琐的内容。
- 理论讲得过多过深，有些地方的论证和解释嫌烦琐，讲了许多不必要的概念、法则、步骤，例题、习题偏多，其中有些过难、过烦，偏于追求技巧。

尾声

- 1964年春即开始又到工厂、农村、学校、科研等有关单位进行调查研究，提出“调查研究需要不断进行，不能一劳永逸。”
- 经过近一年调查研究，形成书面调查报告，提出修改意见，在1965年4月完成第一次修改。修改本铅印成“征求意见本”，发给全国各省市普遍征求意见，还再次派出十四个调查组到北京、上海、河北、山东、湖北、江苏、山西、辽宁、浙江九个省市广泛深入地征求意见。又在部分中小学试教部分教材，召开师生座谈会，征求意见。

- 根据调查、试教等发现的问题，进行了再修订，于1965年10月铅印成中学数学（送审本），全套共七册，即初中代数上下册、几何一册，高中几何、三角、代数、平面解析几何各一册。教育部组织有关单位，对各科课本（送审本）进行了审查。由中国科学院数学研究所、北京大学数学力学系、清华大学着重从科学性进行了审查，由河南省教育厅组织郑州市、新乡、巩县部分学校的教师着重就教学方面进行了审查，认为“这套教材适宜于教学”。

- 不久文革就开始了。人民教育出版社只以“未定稿”名义出版了初中代数上、下册，高中平面解析几何，其他都没能正式出版。1978年，人民教育出版社把这套中学《数学》（送审本）作了一点修改，作为一般书籍出版。
- 唉.....
- 联想到这些年教材编写、实验工作的无序状态，作为当前的教材编写者，感到非常惭愧！学生的成长没有重复的机会，课程教材的改革需要这样的严肃认真。

简评

- 这套教材扎扎实实地进行基础知识和基本技能的训练，程度已经提高到我国近几十年的最高水平。内容充实，理论严谨，编排科学，讲解细致，注意抓关键、抓重点、分散难点，例习题充足，易教易学。
- 是我国编写得最好的教材之一。

一个插曲：打倒欧家店

- 1960年全国搞教育革命，人教社于1960年10月15日提出《十年制学校数学教材的编辑方案（草案）》，并立即开始突击编写全套十年制学校数学课本，于1961年上半年将全套课本的初稿完成。

平面几何（暂用本）

- “编者的话”中说：“在这本暂用本中，改变了从公理出发的欧几里得几何体系；着重讲解在生产中和进一步学习时有用的知识，并且特别注意画图、测量等技能的培养。由于改变了旧的体系，重新安排了内容，去掉了不必要的烦琐论证和不切实际的难题，教学时间可以比原来缩短一半以上，估计在初中用100课时左右就可以教完原来在初高中讲授的平面几何。”

问题与结局

- 关于推理论证方面的内容，应该明确提出的公理，如平行公理，也不明确提出；应该给予证明的定理，如平行线的一些判定与性质定理，或不证明或一语带过，又大量削减必要的习题，这些都影响学生对平面几何基础知识的学习与推理论证能力的掌握。
- 结果遭到抵制，只用一年就停用了。

第六个时间点：1978年

- 教材改革的“**精简、增加、渗透**”六字方针：在1963年的教学大纲和教材的基础上，精选传统内容、删除繁琐的计算和用途不大的内容；小学增加简单的正负数运算、简易方程和直观几何，中学增加微积分、概率统计、逻辑代数的初步知识；适当渗透一些现代数学的思想，小学要通过直观，尽早让学生接触集合、函数、统计等思想，中学要把集合、对应等思想渗透到教材中去。

- **教育部于1977年9月成立了教材编审领导小组，并在全国范围抽调专家、学者和骨干教师，制定新的教学大纲，编写全国中小学通用教材。**
- **采取边编写边试用的方式，于1978年秋季开学起，在全国的小学、初中和高中的起始年级同时试用，到1980年基本编写完成。**
- **从1981年开始对这套教材进行全面修订，并进一步编写6年制小学、3年制初中和3年制高中的数学教材，到1986年编写成了一套12年制的中小学数学教材。**

平面几何教材的改革

- **内容顺序：**几何教学的效果，与内容安排是否得当有很大关系。教材按图形的复杂程度编排，先是一条直线，再是两条直线的关系，然后是三角形、四边形、相似形。这样安排比较符合学生的认识规律，便于教学。

扩大几何公理体系

- 把一些在严格公理系统中的定理，如“两点决定一直线”，“两点间线段最短”，“垂线的唯一性”，“点到直线的垂直线段最短”，“同位角相等，则两直线平行”，“平行线的唯一性”，“平行线的同位角相等”，“三角形全等的三个判定”等作为公理，在学生确信的基础上不加证明而作为证明其他命题的根据，以实现教学上的化难为易。——不伤筋动骨

如何培养学生的逻辑思维能力

- 几何之难，难在入门。刚接触到推理证明，不明白证明的意义，不掌握证明的方法，所以这部分教学向来是几何教学甚至是整个数学教学的难点。
- “直线、相交线和平行线”，“三角形”和“四边形”这三个几何内容，对培养学生的逻辑思维能力十分重要，应要求学生逐步达到一定的水平。

长期酝酿、逐步解决

- “相交线和平行线”中，安排填写或说出理由的训练，培养说理能力。
- “三角形全等的判定”开始，逐步训练学生自己写出全部证明：（1）找出三个判定条件证明三角形全等，（2）证明全等再证明线段或角相等，（3）证明一对三角形全等，利用它证明线段或角相等，再证明另一对三角形全等。先不必添加辅助线再需要添加辅助线。先是题目中已写明已知、求证，再要求自己写出已知、求证。文字题，自己画图，写已知、求证。

- **“等腰三角形”、“直角三角形”，以及“四边形”部分，训练学生不是单纯地从判定三角形全等来思考，而要善于灵活运用各种已有定理进行证明。教材注意加强引导，逐步培养学生的证题技巧。先要求每一步都注明理由，培养学生合乎规格的逻辑思维，知道每一个结论的得出都要有充分的根据。养成习惯后再逐步简化证明过程。**

改革的效果

- **教材中复杂的几何证明已基本不存在，有利于师生把注意力集中到推理论证的基本方法上来，真正做好逻辑思维的训练，落实逻辑思维能力的培养。**

第七个时间点：1992年

编写适应九年义务教育需要的教材

- 1986年通过《中华人民共和国义务教育法》，小学和初中属于义务教育阶段，高中作为较高层次的基础教育阶段。九年义务教育实施“五四制”和“六三制”两种学制的教学计划和教学大纲，教材实行“一纲多本、编审分开”，1988年开始组织编写多套教材，1990年秋开始实验。1992年对大纲和教材进行了修改并通过审查后，于1993年秋在全国试行。

- **1996年，为了与九年义务教育相衔接，颁布新的高中课程计划和教学大纲。在高一、高二年级设必修课，高三年级设理科、文科和实科三种限定选修课，并有任意选修课。1997年秋开始教材试验，试验工作于2000年完成，经修订后在全国推广使用。**

- **高中数学必修课内容包括集合、简易逻辑，函数，不等式，平面向量，三角函数，数列、数学归纳法，平面解析几何，立体几何（九A、九B），排列、组合、二项式定理，概率；限定选修课的内容，理科有概率与统计，极限，导数与微分，积分，复数；文科和实科有统计，极限与导数，复数；任意选修课则提出一些建议内容。**

教材体系

- 初中分科
- 高中混合

平面几何教材改革

- 调整几何内容，删减知识点，保留欧氏几何公理体系的框架，继续采用“扩大公理”的做法，要求公理的相容性，不要求独立性和完备性。

逻辑推理能力的培养

- **“三角形”**：第一阶段重点训练学生用代数方法解几何题时必须说理；第二阶段要求学生独立书写简单命题的证明过程；第三阶段重点训练学生掌握作图时常用的词语；第四阶段重点训练学生分析证题思路，并尝试用“逆推法”寻找证明途径，基本掌握证明文字题；第五阶段放宽书写证明的格式，允许省略一些非常明显的推理过程，不注明已熟悉的理由，并学习用“两头凑”的方法分析证题思路。

- **“四边形”**：进一步要求学生能较顺利地用综合法证明一些涉及更多知识的命题，并开始让学生从题设出发，经过探索性的推进，发现结论，归纳成定理。
- **“相似形”**：加强探索方法的练习，不仅要由题设探索结论，还要由结论并根据图形去探索题设。
- **“圆”**：进一步引入用双线箭头推理的证明方式。

简评

- 这套教科书的编写是非常认真的，编写队伍结构合理，在“面向全体学生”上做出了巨大努力。教材的结构合理，没有繁难偏怪的内容，注意应用数学教育、心理的研究成果，语言通俗易懂，字斟句酌，乃至标点符号也不放过，栏目设置较以往有很大改进，基本实现“利教利学”。另外，教材实验有较好的过程控制。

第八个时间点：2001年

世纪之交开始的课程改革

- 学习美国，模仿芬兰。
- 理论基础：建构主义。
- 知识观：知识不是说明世界的真理——否定知识的客观性。
- 数学观：“数学是……过程”，“数学本身也是主体建构的产物”。
- 课程观：“学科体系为本”让位于“学生发展为本”。

- **师生观：学生是数学学习的主人，教师是数学学习的组织者、引导者与合作者。**
- **教学观：必须通过学生的自主建构，教师的讲解并不能将知识传输给学生。**
- **过程与结果：“过程本身就是一个课程目标，即首先必须要让学生在数学学习活动中去‘经历……过程’。……经历过程会带给学生探索的体验、创新的尝试、实践的机会和发现的能力，这些比那些具体的结果更重要。”**
- **……**

否定“双基”传统

- 课改核心人物说，“当世界各国各自在钻研以‘共同文化’、‘核心知识’、‘关键能力’、‘基础学力’作为学科重建和教材编撰的核心概念的时候，我们还在炒作‘双基论’。要知道‘双基论’是从苏联搬运过来的。苏联早在上世纪50年代末就抛弃了否定‘人’的‘态度’这个最活跃的要素的‘唯生产力论’——‘双基论’”。
- 有人质疑：“重视双基”能成为我们的优良传统吗？

平面几何课程的改革

- 将“几何”改名为“空间与图形”。
- “几何，作为逻辑推理的体系，使学生学会‘合乎逻辑地思考’、形成严谨求实的科学态度的功能，不是独有的，甚至是可以替代的；但作为一种直观、形象的数学模型，它在发展学生创新精神方面的价值，却是独特的、难以替代的。”——舍弃“几何”二字

- “《标准》不以欧几里得几何的公理体系为主线，不是严格按照知识的逻辑顺序呈现这个领域，而以‘图形的认识、图形与变换、图形与位置、图形与证明’等四条线索展开”。
- “削弱了以演绎推理为主要形式的定理证明，减少定理的数量——用4条‘基本事实’证明40条左右的结论；删去了大量繁难的几何证明题，淡化几何证明的技巧，降低了论证过程形式化的要求和证明的难度。”

人教版教材中的“空间与图形”



如图 19.2-2，在平行四边形的活动框架上，用橡皮筋做出两条对角线。通过 $\angle\alpha$ 的变化，改变这个平行四边形的形状，两条对角线的长度怎样变化？当 $\angle\alpha$ 变为直角时，平行四边形成为一个矩形，这时它的其他内角是什么样的角？它的两条对角线有什么关系？



图 19.2-2

作为特殊的平行四边形，矩形具有平行四边形的所有性质。另外，由上面的探究，不难看出，矩形还有以下性质（请你自己完成证明）：

矩形的四个角都是直角；

矩形的对角线相等。



思考

如图 19.2-5, 李芳同学用画“边——直角、边——直角、边——直角、边”这样四步画出了一个四边形. 她说这就是一个矩形, 她的判断对吗? 你能证明吗?

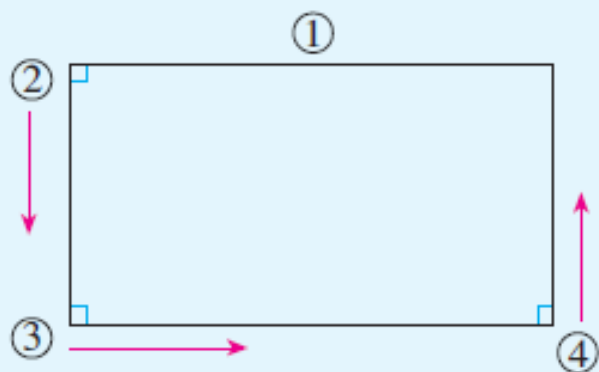


图 19.2-5

由此, 我们又得到了矩形的一个判定定理:
有三个角是直角的四边形是矩形.

19.2.2 菱形

有一组邻边相等的平行四边形叫做**菱形** (rhombus), 如图 19.2-6, 平移平行四边形的一条边, 使它与相邻的一条边相等, 就得到了一个菱形.

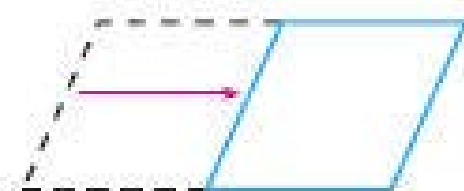


图 19.2-6

菱形在日常生活中 是很常见的, 如图 19.2-7, 一些门窗的窗格, 美丽的中国结, 伸缩的衣帽架等, 都给我们以菱形的形象, 你还在其 什么地方见到过菱形图案?



图 19.2-7

探究

如图 19.2-8，将一个矩形的纸对折两次，沿图中虚线剪下，再打开，就得到一个菱形。

观察得到的菱形，它是轴对称图形吗？有几条对称轴？对称轴之间有什么位置关系？你能看出图中哪些线段或角相等？

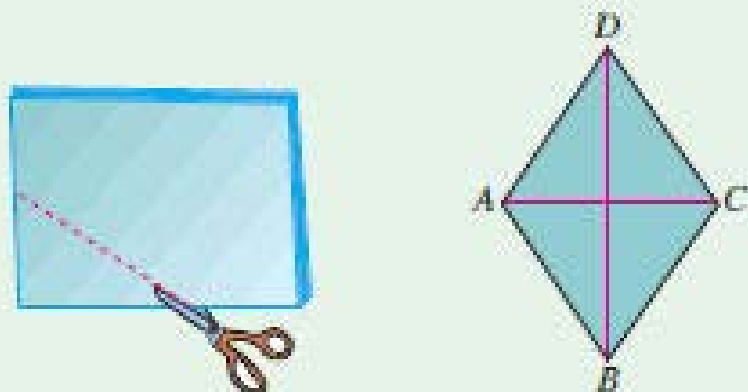


图 19.2-8

菱形是轴对称图形，它的对角线所在的直线就是它的对称轴。不难发现，菱形具有下列性质（请你自己完成证明）：

这一段教材的问题

- 片面理解“学生的现实”，只讲“生活的现实”，忽视“数学的现实”；
- 违背数学的基本精神——简单问题复杂化；
- 丧失培养学生“发现和提出问题能力”的机会；
- 破坏数学的内在逻辑，使学生失去逻辑推理训练的机会，削弱数学的育人功能；
- 人为编造情境，不仅造成理解困难，而且使学生产生对数学的不良感受；
- 误导师生——以为这就是数学的探究过程；
-

五、当前数学教育中的几个问题

- 理论上，“泛教育”很有市场，离开数学学科特点，空谈数学教育。不重视数学知识的教学理解和教学表达的研究——基于“数学的逻辑”和“思维的逻辑”。
- 实践上，“一个定义，三项注意，几个题型，大量习题”。以高考题为教学指南，把主要精力放在解题研究上，而对于“做题目，为什么”却疏于思考，实际是另一种离开数学搞数学教学。

六、期待

追求数学教育的本来面目

- 构建逻辑连贯的数学教材体系；
- 敢讲数学，讲好数学（完整的数学归纳、推理过程）；
- 使学生受到良好的思维训练——学会运算，学会推理。

- **课程标准——2011版，2014版……第n版；**
- **“课程标准不是牢房，而是家”——给教材的研究编写放权；**
- **教材——第1版，第2版，第3版……第n版。**
- **教育中的问题要逐步改，不能操之过急，因为孩子们的成长没有从头再来的机会。**

托起绿色的希望

依靠我们无坚不摧的智慧
逐步接近数学教育的本来面目



谢谢倾听
请提宝贵意见